Wiskunde H3

# Wat leer je?

* Omgaan met kwadratische functies.
* Dat de grafiek van een kwadratische functie een dal- of een bergparabool is.
* Hoe je de coördinaten van de snijpunten van een parabool met de x-as en de y-as berekent.
* Een formule waarmee je elke kwadratische vergelijking kunt oplossen.
* Dat de ligging van een parabool ten opzichte van de x-as afhangt van de discriminant.

# 3.1 Kwadratische functies

**Functiewaarden berekenen**

De functie f(x) = x2 – 7 is een voorbeeld van een **kwadratische functie**.

Bij het **origineel** x = 3 hoort het **beeld** f(3) = 32 -7 = 9 – 7 = 2. Het beeld van 3 heet ook de **functiewaarde** van 3.

|  |
| --- |
| **Notatie voor een functie**  Haakjesnotatie: f(x) = x2 – 7  Formule: y = x2 – 7 |

**Dal- en bergparabool**

Een kwadratische functie *f* heeft de vorm *f(x) = ax2 + bx + c* met *a* ≠ *0* (a = niet gelijk aan 0). Is *a* een positief getal, dan krijg je een **dalparabool**. Is *a* een negatief getal, dan krijg je een **bergparabool**.

Het hoogste punt van een bergparabool heet de top. Ook bij een dalparabool heb je een top. Dat is het laagste punt van de parabool.

Om de top te berekenen, bereken je de x- en de ytop. Xtop = -b/2a. ytop = f(xtop).

|  |  |
| --- | --- |
| **De grafiek van *f(x) = ax2 + bx + c*** | |
| ***a* > 0 (dalparabool)** | ***a* < 0 (bergparabool)** |

Om een parabool te tekenen maak je eerst een tabel. Maak de tabel niet te lang. Neem 5 à 7 punten. Heb je 2 keer dezelfde *y* gevonden, dan kun je bij het invullen van de tabel de symmetrie gebruiken.

**Toepassingen van kwadratische functies**

Bij ingewikkelde kwadratische functies gebruik je je rekenmachine om functiewaarden te berekenen.

# 3.2 Kwadratische vergelijkingen

**Het oplossen van kwadratische vergelijkingen**

Voorbeelden van **kwadratische vergelijkingen** zijn 3x2 + 5x = 0, x2 – 6x – 16 = 0 en 1/2a2 + a – 4 = 0. Bij het oplossen van deze vergelijkingen gebruik je ontbinden in factoren.

|  |
| --- |
| **Ontbinden in factoren**   1. **Breng de gemeenschappelijke factor buiten haakjes** 2. **De product-som-methode** |

Voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen heb je het volgende werkschema geleerd.

|  |
| --- |
| **Werkschema: zo los je een kwadratische vergelijking op**   1. Maak het rechterlid 0. 2. Ontbind het linkerlid in factoren. 3. Gebruik: uit *A \* B* = 0volgt *A* = 0 V *B* = 0. |

**Vergelijkingen vereenvoudigen**

Bij het oplossen van 3x2 + 15x – 18 = 0 heeft het geen zin 2 getallen te zoeken met product -18 en som 15, want er staat 3x2 en niet x2. Om de vergelijking 3x2 + 15x – 18 = 0 te **vereenvoudigen** deel je eerst alle termen door 3.

# Snijpunten van grafieken

**Snijpunten met de coördinaatassen**

Voor het berekenen van de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van de functie *f* met de x-as en de y-as ken je de volgende regels.

|  |  |
| --- | --- |
| **Snijpunten van grafiek met coördinaatassen** | |
| **Snijpunten met de x-as** | De y-coördinaat is 0.  De x-coördinaat volgt uit f(x) = 0.  Dus **los op f(x) = 0**. |
| **Snijpunten met de y-as** | De x-coördinaat is 0.  De y-coördinaat is f(0).  Dus **bereken f(0)**. |

**Grafieken en snijpunten**

De snijpunten van de grafieken van de functies *f* en *g* krijg je als volgt.

* De x-coördinaat volgt uit f(x) = g(x).
* De y-coördinaat krijg je door de gevonden oplossingen bij f(x) of bij g(x) in te vullen.

# De *abc*-formule

**Oplossen met de *abc*-formule**

Er zijn kwadratische vergelijkingen die je niet kunt oplossen door te ontbinden in factoren. Gelukkig is er een formule waarmee je van elke kwadratische vergelijking de oplossingen kunt berekenen (de ***abc*-formule**).

|  |
| --- |
| **Werkschema: zo los je met de *abc*-formule een kwadratische vergelijking op**   1. Schrijf de vergelijking in de vorm *ax2 + bx + c* = 0. 2. Vermeld *a, b* en *c*. 3. Bereken *D* = *b2* – *4ac*. 4. De oplossingen zijn *x* = *-b* - *√D*/*2a* en *x* = *-b* + *√D*/*2a*. |

De *D* heet de **discriminant**.

|  |
| --- |
| **DE *abc*-FORMULE** |
| **De oplossingen van de vergelijking *ax2 + bx + c* = 0 met a** ≠ **0 zijn *x* = *-b* - *√D*/*2a* en *x* = *-b* + *√D*/*2a*. Hierbij is *D* = *b2* – *4ac*.** |

**Het aantal oplossingen van een kwadratische vergelijking**

Als je de *abc*-formule toepast, komt √*D* lang niet altijd mooi uit. Je gebruikt dan de rekenmachine om de oplossingen te benaderen. Soms zijn er geen oplossingen of is er slechts één oplossing.

Het aantal oplossingen van een kwadratische vergelijking hangt af van de discriminant.

Het aantal oplossingen van *ax2 + bx + c* = 0 is

|  |  |
| --- | --- |
| * Nul | als *D* < 0 |
| * Eén | als *D* = 0 |
| * Twee | als *D* > 0 |

|  |
| --- |
| **Discriminant**  Het woord discriminant heeft te maken met discrimineren. Dit betekent *onderscheid maken*. Door de discriminant te berekenen, kun je onderscheiden hoeveel oplossingen de vergelijking heeft. Buit de wiskunde heeft het begrip discrimineren een negatieve betekenis gekregen: onderscheid maken ten koste van anderen. |

**De ligging van een parabool ten opzichte van de x-as**

Het aantal snijpunten van de grafiek van *f* met de x-as hangt af van *D*.

Is van ax2 + bx + c = 0

* *D* > 0, dan zijn er 2 oplossingen, dus de parabool heeft 2 snijpunten met de x-as.
* *D* = 0, dan is er 1 oplossing, dus de parabool heeft 1 snijpunt met de x-as gemeen. De parabool **raakt** de x-as.
* *D* < 0, dan zijn er geen oplossingen, dus de parabool heeft geen snijpunten met de x-as.

**Functies met een parameter**

In f(x) = x2 = 4x + *p* heet *p* een **parameter**. Deze parameter (hulp-variabele) helpt je als het ware om de oneindig veel functies kort te noteren.

# Verschillende oplossingsmethoden

**Drie methoden**

**I x2 = *c***

Het is niet handig elke kwadratische vergelijking met de *abc*-formule op te lossen. Zo kun je de oplossingen van de vergelijking x2 = 16 direct opschrijven.

**II Ontbinden in factoren**

De vergelijking x2 + x – 2 = 0 los je op met ontbinden in factoren. Immers x2 + x – 2 = 0 geeft (x + 2)(x – 1) = 0, enzovoort.

**III De *abc*-formule**

De vergelijking x2 + 5x – 4 = 0 los je op met de *abc*-formule, want ontbinden in factoren lukt niet. De *abc*-formule pas je alleen toe als de andere methode niet werken!

|  |
| --- |
| **Vuistregels voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen**   * Staan er breuken? Weg ermee! * Vereenvoudig zoveel mogelijk. * Ga na of de vergelijking te herleiden is tot de vorm x2 = c. * Ga na of je de vergelijking kunt oplossen met ontbinden in factoren. * Gebruik de *abc*-formule alleen als het niet anders kan. |