# 7 Ongelijkheden en parabolen

## Voorkennis Vergelijkingen en parabolen

bladzijde 52

**1** **a** $3x - 11 = 5(1 - x)$
$3x - 11 = 5 - 5x$
$3x + 5x = 5 + 11$
$8x = 16$
$x = 2$

**b** $3 - (x + 3) = 5 - 2x$
$3 - x - 3 = 5 - 2x$
$-x + 2x = 5 - 3 + 3$
$x = 5$

**c** $2x = 5(1 - x) - 5$
$2x = 5 - 5x - 5$
$2x + 5x = 5 - 5$
$7x = 0$
$x = 0$

**d** $6 - 3(2x + 5) = 2(1 - x) - 9$
$6 - 6x - 15 = 2 - 2x - 9$
$-6x + 2x = 2 - 9 - 6 + 15$
$-4x = 2$
$x = -\frac{1}{2}$

**2** **a** $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - 3$
$6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 3$
$2x + 3 = 3x - 18$
$2x - 3x = -18 - 3$
$-x = -21$
$x = 21$

**b** $1\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + 6$
$6 \cdot 1\frac{2}{3}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot 6$
$10x - 6 = 3x + 36$
$10x - 3x = 36 + 6$
$7x = 42$
$x = 6$

**c** $\frac{1}{4}(2x + 3) = \frac{1}{5}(x + 4)$
$\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$
$20 \cdot \frac{1}{2}x + 20 \cdot \frac{3}{4} = 20 \cdot \frac{1}{5}x + 20 \cdot \frac{4}{5}$
$10x + 15 = 4x + 16$
$10x - 4x = 16 - 15$
$6x = 1$
$x = \frac{1}{6}$

**d** $3(x - 5) = 4(x + 2\frac{1}{3})$
$3x - 15 = 4x + 9\frac{1}{3}$
$3x - 4x = 9\frac{1}{3} + 15$
$-x = 24\frac{1}{3}$
$x = -24\frac{1}{3}$

bladzijde 53

**3** **a** $(-8, -7)$
**b** $(7, -8)$
**c** $(-7, 0)$
**d** $(0, -1)$
**e** $(1, 0)$
**f** $(-1, -1)$

**4** **a** $(-3, 5)$
**b** Snijpunten met de $x$-as zijn $(3, 0)$ en $(5, 0)$, dus $x_{top} = \dfrac{3 + 5}{2} = 4$ en
$y_{top} = -(4 - 3)(4 - 5) = -1 \cdot 1 \cdot -1 = 1$. Dus top $(4, 1)$.
**c** $(2, -3)$
**d** Snijpunten met de $x$-as zijn $(2, 0)$ en $(-3, 0)$, dus $x_{top} = \dfrac{2 + -3}{2} = -\frac{1}{2}$ en
$y_{top} = \frac{1}{3}(-\frac{1}{2} - 2)(-\frac{1}{2} + 3) = \frac{1}{3} \cdot -2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot -\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{25}{12} = -2\frac{1}{12}$. Dus top $(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{12})$.
**e** $(-2, 0)$
**f** Snijpunten met de $x$-as zijn $(0, 0)$ en $(2, 0)$, dus $x_{top} = \dfrac{0 + 2}{2} = 1$ en
$y_{top} = -1 \cdot (1 - 2) = -1 \cdot -1 = 1$. Dus top $(1, 1)$.

**5** **a** $(4\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$
**b** Snijpunten met de $x$-as zijn $(4\frac{1}{2}, 0)$ en $(-2\frac{1}{2}, 0)$, dus $x_{top} = \dfrac{4\frac{1}{2} + -2\frac{1}{2}}{2} = 1$ en
$y_{top} = -\frac{1}{2}(1 - 4\frac{1}{2})(1 + 2\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \cdot -3\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cdot -\frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{49}{8} = 6\frac{1}{8}$. Dus top $(1, 6\frac{1}{8})$.
**c** Snijpunten met de $x$-as zijn $(2\frac{1}{3}, 0)$ en $(-4\frac{1}{3}, 0)$, dus $x_{top} = \dfrac{2\frac{1}{3} + -4\frac{1}{3}}{2} = -1$ en
$y_{top} = \frac{1}{3}(-1 - 2\frac{1}{3})(-1 + 4\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \cdot -3\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot -\frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} = -\frac{100}{27} = -3\frac{19}{27}$. Dus top $(-1, -3\frac{19}{27})$.
**d** $(2\frac{1}{3}, 4\frac{1}{3})$

# 7.1 Lineaire ongelijkheden

## bladzijde 54

**1**
**a** Er mogen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 of 8 personen in de lift.
**b** Een team moet 7, 8, 9, 10 of 11 speler op het veld hebben staan.

**2**
**a** $x \leq 8$
**b** $x > 8$
**c** $x \leq 8$
**d** $x < 8$
**e** $x \leq 8$
**f** $x \geq 8$

**3**
**a** $0{,}5x + 100 = 0{,}25x + 150$
$0{,}5x - 0{,}25x = 150 - 100$
$0{,}25x = 50$
$x = \dfrac{50}{0{,}25} = 200$
De bedrijven zijn even duur bij 200 km.
**b** $x = 150$ geeft $K_R = 0{,}5 \cdot 150 + 100 = 175$
$x = 150$ geeft $K_V = 0{,}25 \cdot 150 + 150 = 187{,}5$
Dus Rentcar is voor hem het voordeligst.
**c** Bij meer dan 200 km is Vanhire voordeliger dan Rentcar.

## bladzijde 55

**4**
**a** $5x - 10 < 4x + 6$
$5x - 4x < 6 + 10$
$x < 16$
**b** $4q > 3(7 + q)$
$4q > 21 + 3q$
$4q - 3q > 21$
$q > 21$
**c** $4(x - 1) > 5 - 3(2 - x)$
$4x - 4 > 5 - 6 + 3x$
$4x - 3x > 5 - 6 + 4$
$x > 3$
**d** $2(a + 5) < a - 100$
$2a + 10 < a - 100$
$2a - a < -100 - 10$
$a < -110$

**5**
**a** $2 < 3$ klopt
**b** $2 < -3$ klopt niet
**c** $-3 < -2$ klopt
**d** $3 < 2$ klopt niet

## bladzijde 56

**6**
**a** $3x < 18$ geeft $x < 6$
**b** $-4x > 12$ geeft $x < -3$
**c** $-2x \leq 26$ geeft $x \geq -13$
**d** $\frac{1}{3}x \geq -6$ geeft $x \geq -18$
**e** $-8x < -8$ geeft $x > 1$
**f** $-6x \leq 0$ geeft $x \geq 0$
**g** $-\frac{1}{2}x > 6$ geeft $x < -12$
**h** $-x < 0$ geeft $x > 0$
**i** $-x > -4$ geeft $x < 4$

## bladzijde 57

**7**
**a** $3x + 5 < 5x + 11$
$3x - 5x < 11 - 5$
$-2x < 6$
$x > -3$
**b** $4x \leq 2x - 6$
$4x - 2x \leq -6$
$2x \leq -6$
$x \leq -3$
**c** $-0{,}2x + 22 \leq 2x$
$-0{,}2x - 2x \leq -22$
$-2{,}2x \leq -22$
$x \geq 10$
**d** $-3(p - 2) \geq 9 - 3(1 - p)$
$-3p + 6 \geq 9 - 3 + 3p$
$-3p - 3p \geq 9 - 3 - 6$
$-6p \geq 0$
$p \leq 0$

**8** a $4x > 5x - 7$
$4x - 5x > -7$
$-x > -7$
$x < 7$
b $5(t-3) \geq 5 - 3t$
$5t - 15 \geq 5 - 3t$
$5t + 3t \geq 5 + 15$
$8t \geq 20$
$t \geq 2\frac{1}{2}$
c $-\frac{1}{3}x - 1 > \frac{1}{2}x$
$6 \cdot -\frac{1}{3}x - 6 \cdot 1 > 6 \cdot \frac{1}{2}x$
$-2x - 6 > 3x$
$-2x - 3x > 6$
$-5x > 6$
$x < -1\frac{1}{5}$
d $5 - 2(p-1) \leq 8 - p$
$5 - 2p + 2 \leq 8 - p$
$-2p + p \leq 8 - 5 - 2$
$-p \leq 1$
$p \geq -1$

**9** a $5x > 10x$
$5x - 10x > 0$
$-5x > 0$
$x < 0$
b $3(x-1) \geq 5(x-2)$
$3x - 3 \geq 5x - 10$
$3x - 5x \geq -10 + 3$
$-2x \geq -7$
$x \leq 3\frac{1}{2}$
c $\frac{1}{5}x - 1 \leq \frac{1}{2}x - 10$
$10 \cdot \frac{1}{5}x - 10 \cdot 1 \leq 10 \cdot \frac{1}{2}x - 10 \cdot 10$
$2x - 10 \leq 5x - 100$
$2x - 5x \leq -100 + 10$
$-3x \leq -90$
$x \geq 30$
d $3(x-2) < 3(x-1) - 2x$
$3x - 6 < 3x - 3 - 2x$
$3x - 3x + 2x < -3 + 6$
$2x < 3$
$x < 1\frac{1}{2}$
e $5 - 2(x-1) \leq -(x+2)$
$5 - 2x + 2 \leq -x - 2$
$-2x + x \leq -2 - 5 - 2$
$-x \leq -9$
$x \geq 9$
f $\frac{3}{4}p - \frac{1}{2}(4p - 2) > -\frac{3}{8}p$
$\frac{3}{4}p - 2p + 1 > -\frac{3}{8}p$
$8 \cdot \frac{3}{4}p - 8 \cdot 2p + 8 \cdot 1 > 8 \cdot -\frac{3}{8}p$
$6p - 16p + 8 > -3p$
$6p - 16p + 3p > -8$
$-7p > -8$
$p < 1\frac{1}{7}$

**10** a 1 L = 1000 mL
Hierbij hoort de ongelijkheid $200 + 5x \leq 1000$.
b $200 + 5x \leq 1000$
$5x \leq 1000 - 200$
$5x \leq 800.$
$x \leq 160$
c Er gaat hoogstens 160 mL water in een glas.

**11** a $2{,}5t + 10{,}50 < 3{,}75t + 5{,}50$
$2{,}5t - 3{,}75t < 5{,}50 - 10{,}50$
$-1{,}25t < -5$
$t > 4$
Dus bij meer dan 4 dagen huren is Houten goedkoper dan Bos.
b $3{,}75t + 5{,}50 - (2{,}5t + 10{,}50) \geq 20$
$3{,}75t + 5{,}50 - 2{,}5t - 10{,}50 \geq 20$
$3{,}75t - 2{,}5t \geq 20 - 5{,}50 + 10{,}50$
$1{,}25t \geq 25$
$t \geq 20$
Dus vanaf 20 dagen huren is Bos minstens 20 euro duurder dan Houten.

**12** a $\underbrace{120 + 3{,}50x}_{\text{opbrengst}} - \underbrace{600}_{\text{kosten}} > \underbrace{250}_{\text{winst}}$
b $120 + 3{,}50x - 600 > 250$
$3{,}50x > 250 - 120 + 600$
$3{,}50x > 730$
$x > \frac{730}{3{,}50} \approx 208{,}6$
Er zijn meer dan 208 bezoekers

**13** **a** Hieruit volgt de ongelijkheid $3{,}75x - 1{,}50x - 65 > 100$.

**b** $3{,}75x - 1{,}50x - 65 > 100$

$3{,}75x - 1{,}50x > 100 + 65$

$2{,}25x > 165$

$x > \frac{165}{2{,}25} \approx 73{,}3$

**c** Dus Ben kocht minstens 74 stripboeken op.

**14** **a** $0x$ is 0 en dat is kleiner dan 6, welk getal je voor $x$ ook kiest.
Dus elk getal is oplossing van de ongelijkheid $2(x - 3) + 5x < 7x$.

**b** $0x < -6$ geeft $0 < -6$ en dat klopt voor geen enkele waarde van $x$, dus geen oplossingen.

$0x > -6$ geeft $0 > -6$ en dat klopt voor elke waarde van $x$, dus oneindig veel oplossingen.

$0x \geq 0$ geeft $0 \geq 0$ en dat klopt voor elke waarde van $x$, dus oneindig veel oplossingen.

$0x < 0$ geeft $0 < 0$ en dat klopt voor geen enkele waarde van $x$, dus geen oplossingen.

$2(x - 8) - 3x < 10 - x$

$2x - 16 - 3x < 10 - x$

$2x - 3x + x < 10 + 16$

$0x < 26$

Dat klopt voor elke waarde van $x$, dus oneindig veel oplossingen.

$5(2x - 1) + 5 \leq 10x$

$10x - 5 + 5 \leq 10x$

$10x - 10x \leq 5 - 5$

$0x \leq 0$

Dat klopt voor elke waarde van $x$, dus oneindig veel oplossingen.

**c** $2(x + 7) + 3x < 5x + p$

$2x + 14 + 3x < 5x + p$

$2x + 3x - 5x < p - 14$

$0x < p - 14$

Kies je voor $p$ het getal 14, dan staat er $0x < 0$ en dat klopt niet.
Kies je voor $p$ een getal kleiner dan 14, dan staat er $0x <$ negatief getal en dat klopt niet.
Dus voor $p \leq 14$ krijg je een ongelijkheid die geen oplossingen heeft.

**d** Kies je voor $p$ een getal groter dan 14, dan staat er $0x <$ positief getal en dat klopt voor elke waarde van $x$. Dus voor $p > 14$ krijg je een ongelijkheid waarvan elk getal een oplossing is.

**e** $-3(x + 4) - 2x < 3 - 5x + p$

$-3x - 12 - 2x < 3 - 5x + p$

$-3x - 2x + 5x < 3 + p + 12$

$0x < 15 + p$

Kies je voor $p$ het getal $-15$, dan staat er $0x < 0$ en dat klopt niet.
Kies je voor $p$ een getal kleiner dan $-15$, dan staat er $0x <$ negatief getal en dat klopt niet.
Dus voor $p \leq -15$ krijg je een ongelijkheid die geen oplossingen heeft.

**15** **a** Uit $a < b$ en $b < c$ volgt $a < c$.

**b** Uit $a > b$ en $c < b$ volgt $a > c$.

**c** Kies bijvoorbeeld $a = 5$, $b = 0$ en $c = 5$.
Dan geldt $a > b$, $b < c$ en $a = c$.
Dus niet mogelijk.

**d** Uit $a > b$ en $c < 0$ volgt $ac < bc$.

**e** Uit $a < b$ en $a = c$ volgt $b > c$.

**f** Uit $a > b$ en $c < 0$ volgt $a - c > b - c$.

# 7.2 Ongelijkheden en grafieken

## bladzijde 59

**16** **a** Een periode met hoge inspanning duurt 30 seconden.
**b** De tweede periode van inspanning begint na 120 seconden en eindigt na 150 seconden.
**c** Tussen $t = 45$ en $t = 90$ en tussen $t = 135$ en $t = 180$ is de frequentie meer dan 100.
**d** Tijdens een training is zijn hartslag hoogstens 175.
$0{,}9 \cdot$ maximale hartslag $= 175$ geeft maximale hartslag $= \dfrac{175}{0{,}9} \approx 194{,}4$
194,4 invullen in maximale hartslag $= 220 -$ leeftijd geeft $194{,}4 \approx 220 -$ leeftijd,
dus leeftijd $\approx 220 - 194{,}4 = 25{,}6$.
Dus Lex is 25 jaar.

## bladzijde 60

**17** **a** $-1 < x < 3$
**b** $x < -5 \ \vee \ x > 4$

**18** **a** Van 12 uur tot 16 uur was het buiten warmer dan binnen.
**b** Om 9:30 uur is het binnen vier graden warmer dan buiten.
**c** Van 8 tot 11 uur en van 18 tot 20 uur is het temperatuurverschil tussen binnen en buiten meer dan 1,5 °C. Dat is dus gedurende 5 uur.

## bladzijde 61

**19** **a** $g(5) = 4$
**b** $f(0) = 4$, $g(0) = 8$, $f(1) = 6$, $g(1) = 6$, $f(2) = 8$, $g(2) = 4$
**c** Bij $x = 2$ ligt de grafiek van $f$ boven de grafiek van $g$, dus $f(2) > g(2)$.
Bij $x = 4$ ligt de grafiek van $f$ boven de grafiek van $g$, dus $f(4) > g(4)$.
Bij $x = 7$ ligt de grafiek van $f$ onder de grafiek van $g$, dus $f(7) < g(7)$.
**d** $x = 4$ is een oplossing van de ongelijkheid $f(x) > g(x)$ omdat bij $x = 4$ de grafiek van $f$ boven de grafiek van $g$ ligt.
**e** $x = 3$ is een oplossing van $f(x) > g(x)$.
$x = 8$ is geen oplossing van $f(x) > g(x)$.
**f** De getallen tussen 1 en 6 zijn de oplossingen van $f(x) > g(x)$.
Notatie: $1 < x < 6$.

## bladzijde 63

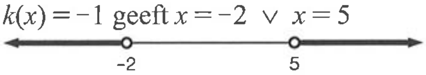
**20** **a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = 1 \ \vee \ x = 6$

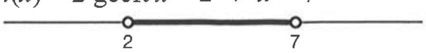

$f(x) < g(x)$ geeft $x < 1 \ \vee \ x > 6$
**b** $h(x) = k(x)$ geeft $x = -1 \ \vee \ x = 5$


$h(x) > k(x)$ geeft $-1 < x < 5$
**c** $l(x) = m(x)$ geeft $x = 0 \ \vee \ x = 5$


$l(x) > m(x)$ geeft $x < 0 \ \vee \ x > 5$

**21** **a** $h(x) = 3$ geeft $x = 0 \ \vee \ x = 6$


$h(x) > 3$ geeft $0 < x < 6$
**b** $k(x) = -1$ geeft $x = -2 \ \vee \ x = 5$


$k(x) < -1$ geeft $x < -2 \ \vee \ x > 5$
**c** $l(x) = 2$ geeft $x = 2 \ \vee \ x = 7$


$l(x) < 2$ geeft $2 < x < 7$

**22** **a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = 1 \vee x = 6$


$f(x) < g(x)$ geeft $x < 1 \vee x > 6$

**b** $f(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 6$


$f(x) > 3$ geeft $0 < x < 6$

**c** $h(x) = k(x)$ geeft $x = -4 \vee x = 2$


$h(x) > k(x)$ geeft $-4 < x < 2$

**d** $h(x) = 1$ geeft $x = -1$


$h(x) > 1$ geeft $x > -1$

**e** $l(x) = m(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 5$


$l(x) < m(x)$ geeft $0 < x < 5$

**f** $m(x) = 0$ geeft $x = 6$


$m(x) < 0$ geeft $x > 6$

# 7.3 Kwadratische ongelijkheden

bladzijde 64

**23** **a** $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

**b** $x^2 + 6x - 7 = (x-1)(x+7)$

**c** $x^2 + x - 42 = (x-6)(x+7)$

**d** $x^2 + 7x = x(x+7)$

**e** $x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$

**f** $2x^2 - 10x = 2x(x-5)$

**24** **a** $x^2 = 5x + 14$

$x^2 - 5x - 14 = 0$

$(x+2)(x-7) = 0$

$x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$

$x = -2 \vee x = 7$

**b** $2x^2 = 8x$

$2x^2 - 8x = 0$

$2x(x-4) = 0$

$2x = 0 \vee x - 4 = 0$

$x = 0 \vee x = 4$

**c** $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$a = 2$, $b = -5$ en $c = 3$,

dus $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$.

$$x = \frac{5 - \sqrt{1}}{4} \vee x = \frac{5 + \sqrt{1}}{4}$$

$$x = \frac{5 - 1}{4} = 1 \vee x = \frac{5 + 1}{4} = 1\tfrac{1}{2}$$

**d** $3x^2 - 75 = 0$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = 5 \vee x = -5$

**25** **a** $6x^2 - 18x = 60$

$6x^2 - 18x - 60 = 0$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x+2)(x-5) = 0$

$x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$

$x = -2 \vee x = 5$

**b** $-x^2 + x + 30 = 0$

$x^2 - x - 30 = 0$

$(x+5)(x-6) = 0$

$x + 5 = 0 \vee x - 6 = 0$

$x = -5 \vee x = 6$

**c** $5x^2 = 4x + 1$

$5x^2 - 4x - 1 = 0$

$a = 5$, $b = -4$ en $c = -1$,

dus $D = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot -1 = 36$.

$$x = \frac{4 - \sqrt{36}}{10} \vee x = \frac{4 + \sqrt{36}}{10}$$

$$x = \frac{4 - 6}{10} = -\tfrac{1}{5} \vee x = \frac{4 + 6}{10} = 1$$

**d** $3x^2 = 7x$

$3x^2 - 7x = 0$

$x(3x - 7) = 0$

$x = 0 \vee 3x - 7 = 0$

$x = 0 \vee 3x = 7$

$x = 0 \vee x = 2\tfrac{1}{3}$

## bladzijde 65

**26** **a** $5(x-3)(x+2)=0$
$x-3=0 \vee x+2=0$
$x=3 \vee x=-2$

**b** $(x+4)^2=49$
$x+4=7 \vee x+4=-7$
$x=3 \vee x=-11$

**c** $(3x+2)(2x-1)=3$
$6x^2-3x+4x-2=3$
$6x^2+x-5=0$
$a=6$, $b=1$ en $c=-5$,
dus $D=1^2-4\cdot 6\cdot -5=121$.
$$x=\frac{-1-\sqrt{121}}{12} \vee x=\frac{-1+\sqrt{121}}{12}$$
$$x=\frac{-1-11}{12}=-1 \vee x=\frac{-1+11}{12}=\frac{5}{6}$$

**d** $8x-x(x+3)=2$
$8x-x^2-3x=2$
$-x^2+5x-2=0$
$a=-1$, $b=5$ en $c=-2$,
dus $D=5^2-4\cdot -1\cdot -2=17$.
$$x=\frac{-5-\sqrt{17}}{-2}\approx 4{,}56 \vee x=\frac{-5+\sqrt{17}}{-2}\approx 0{,}44$$

**e** $(x+4)^2=2(x+7)$
$x^2+8x+16=2x+14$
$x^2+6x+2=0$
$a=1$, $b=6$ en $c=2$,
dus $D=6^2-4\cdot 1\cdot 2=28$.
$$x=\frac{-6-\sqrt{28}}{2}\approx -5{,}65 \vee x=\frac{-6+\sqrt{28}}{2}\approx -0{,}35$$

**f** $4-3x=2x^2$
$-2x^2-3x+4=0$
$a=-2$, $b=-3$ en $c=4$,
dus $D=(-3)^2-4\cdot -2\cdot 4=41$.
$$x=\frac{3-\sqrt{41}}{-4}\approx 0{,}85 \vee x=\frac{3+\sqrt{41}}{-4}\approx -2{,}35$$

**27** **a** $f(x)=g(x)$ geeft $x^2=-2x+3$
$x^2+2x-3=0$
$(x-1)(x+3)=0$
$x-1=0 \vee x+3=0$
$x=1 \vee x=-3$

**b** $x_A=-3$ en $x_B=1$

**c**



$f(x)<g(x)$ geeft $-3<x<1$

## bladzijde 66

**28** **a** $\underbrace{-x^2+2x+4}_{f(x)} > \underbrace{x-2}_{g(x)}$
$f(x)=g(x)$
$-x^2+2x+4=x-2$
$-x^2+x+6=0$
$x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$x=-2 \vee x=3$


$f(x)>g(x)$ geeft $-2<x<3$

**b** $\underbrace{x^2-5}_{f(x)} > \underbrace{-x+1}_{g(x)}$
$f(x)=g(x)$
$x^2-5=-x+1$
$x^2+x-6=0$
$(x-2)(x+3)=0$
$x=2 \vee x=-3$


$f(x)>g(x)$ geeft $x<-3 \vee x>2$

**c** $\underbrace{x^2-2}_{f(x)} < \underbrace{-x^2+4x+4}_{g(x)}$

$f(x)=g(x)$
$x^2-2=-x^2+4x+4$
$2x^2-4x-6=0$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$x=-1 \ \vee \ x=3$


$f(x)<g(x)$ geeft $-1<x<3$

**29** **a** $\underbrace{\tfrac{1}{2}x^2-1}_{f(x)} < \underbrace{x+3}_{g(x)}$

$f(x)=g(x)$
$\tfrac{1}{2}x^2-1=x+3$
$\tfrac{1}{2}x^2-x-4=0$
$x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0$
$x=-2 \ \vee \ x=4$


$f(x)<g(x)$ geeft $-2<x<4$

**b** $\underbrace{-\tfrac{1}{4}x^2+1\tfrac{1}{2}}_{f(x)} < \underbrace{-\tfrac{3}{4}x-1}_{g(x)}$

$f(x)=g(x)$
$-\tfrac{1}{4}x^2+1\tfrac{1}{2}=-\tfrac{3}{4}x-1$
$-\tfrac{1}{4}x^2+\tfrac{3}{4}x+2\tfrac{1}{2}=0$
$-4\cdot-\tfrac{1}{4}x^2+-4\cdot\tfrac{3}{4}x+-4\cdot 2\tfrac{1}{2}=0$
$x^2-3x-10=0$
$(x+2)(x-5)=0$
$x=-2 \ \vee \ x=5$


$f(x)>g(x)$ geeft $x<-2 \ \vee \ x>5$

**c** $\underbrace{\tfrac{1}{2}x^2-2x}_{f(x)} < \underbrace{6}_{g(x)}$

$f(x)=g(x)$
$\tfrac{1}{2}x^2-2x=6$
$\tfrac{1}{2}x^2-2x-6=0$
$x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$
$x=-2 \ \vee \ x=6$


$f(x)<g(x)$ geeft $-2<x<6$

## bladzijde 67

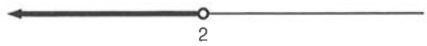
**30** **a** $\underbrace{x^2}_{f(x)} > \underbrace{9}_{g(x)}$

$f(x)=g(x)$
$x^2=9$
$x=3 \ \vee \ x=-3$


$f(x)>g(x)$ geeft $x<-3 \ \vee \ x>3$

**b** $\underbrace{x^2 - 5x}_{f(x)} > \underbrace{x^2 - 10}_{g(x)}$

$f(x) = g(x)$
$x^2 - 5x = x^2 - 10$
$-5x = -10$
$x = 2$




$f(x) > g(x)$ geeft $x < 2$

**c** $\underbrace{-\frac{1}{2}x^2 + 2x}_{f(x)} < \underbrace{\frac{1}{2}x^2 - 3}_{f(x)}$

$f(x) = g(x)$
$-\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{1}{2}x^2 - 3$
$-x^2 + 2x + 3 = 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x + 1)(x - 3) = 0$
$x = -1 \vee x = 3$


$f(x) > g(x)$ geeft $x < -1 \vee x > 3$

**31** **a** Hierbij hoort de ongelijkheid $0{,}2t^2 - 2{,}4t - 3 < -10$.
$\underbrace{0{,}2t^2 - 2{,}4t - 3}_{f(t)} < \underbrace{-10}_{g(t)}$

$f(t) = g(t)$
$0{,}2t^2 - 2{,}4t - 3 = -10$
$0{,}2t^2 - 2{,}4t + 7 = 0$
$t^2 - 12t + 35 = 0$
$(t - 5)(t - 7) = 0$
$t = 5 \vee t = 7$


$f(t) < g(t)$ geeft $5 < t < 7$

**b** In de gegeven periode is er gedurende 2 uur sprake van strenge vorst.

**32** Er wordt winst gemaakt als $R > K$ dus als $-0{,}02q^2 + 40q > 16q + 238$.
$\underbrace{-0{,}02q^2 + 40q}_{f(q)} > \underbrace{16q + 238}_{g(q)}$

$f(q) = g(q)$
$-0{,}02q^2 + 40q = 16q + 238$
$-0{,}02q^2 + 24q - 238 = 0$
$q^2 - 1200q + 11\,900 = 0$
$(q - 10)(q - 1190) = 0$
$q = 10 \vee q = 1190$


$f(q) > g(q)$ geeft $10 < q < 1190$
Dus bij 11 tot en met 1189 verkochte artikelen maakt het bedrijf winst.

**33** **a** $f(-3) = (-3)^2 - 4 \cdot -3 + 3 = 9 + 12 + 3 = 24$, dus $f(-3) > 0$.
$f(0) = 0 - 0 + 3 = 3$, dus $f(0) > 0$.
$f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$, dus $f(1) = 0$.
$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$, dus $f(2) < 0$.
$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$, dus $f(3) = 0$.
$f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$, dus $f(5) > 0$.

**b** Bij $f(x) > 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat boven de $x$-as ligt.
Bij $f(x) < 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat onder de $x$-as ligt.

**34** **a** $\underbrace{-x^2 + 7x - 12}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$-x^2 + 7x - 12 = 0$
$x^2 - 7x + 12 = 0$
$(x-3)(x-4) = 0$
$x = 3 \ \vee \ x = 4$


$f(x) < 0$ geeft $x < 3 \ \vee \ x > 4$

**b** $\underbrace{x^2 - 3x}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$x^2 - 3x = 0$
$x(x-3) = 0$
$x = 0 \ \vee \ x = 3$


$f(x) < 0$ geeft $0 < x < 3$

**c** $\underbrace{-\tfrac{1}{2}(x+2)(x-5)}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$-\tfrac{1}{2}(x+2)(x-5) = 0$
$x = -2 \ \vee \ x = 5$


$f(x) > 0$ geeft $-2 < x < 5$



**35** **a** $\underbrace{\tfrac{1}{3}x(x-5)}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$\tfrac{1}{3}x(x-5) = 0$
$x = 0 \ \vee \ x = 5$


$f(x) > 0$ geeft $x < 0 \ \vee \ x > 5$

**b** $\underbrace{-\tfrac{1}{4}(x+5)(x+1)}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$-\tfrac{1}{4}(x+5)(x+1) = 0$
$x = -5 \ \vee \ x = -1$


$f(x) < 0$ geeft $x < -5 \ \vee \ x > -1$

**c** $\underbrace{-x^2 - x + 2}_{f(x)} > 0$

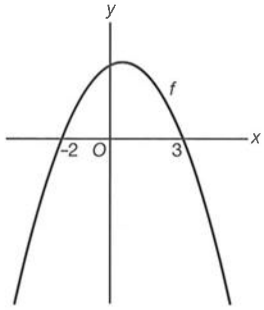
$f(x) = 0$
$-x^2 - x + 2 = 0$
$x^2 + x - 2 = 0$
$(x-1)(x+2) = 0$
$x = 1 \ \vee \ x = -2$


$f(x) > 0$ geeft $-2 < x < 1$

**36** **a** $\underbrace{-\tfrac{1}{2}(x+2)(x-3)}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$-\tfrac{1}{2}(x+2)(x-3) = 0$
$x = -2 \ \vee \ x = 3$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

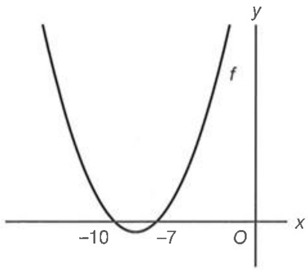

$f(x) > 0$ geeft $-2 < x < 3$




**b** $\underbrace{\tfrac{1}{3}(x+7)(x+10)}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$\tfrac{1}{3}(x+7)(x+10) = 0$
$x = -7 \ \vee \ x = -10$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

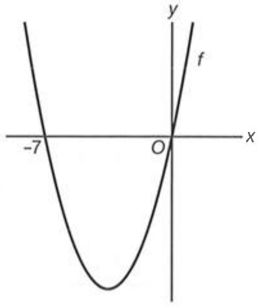

$f(x) > 0$ geeft $x < -10 \ \vee \ x > -7$




**c** $\underbrace{3x(x+7)}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$3x(x+7) = 0$
$x = 0 \ \vee \ x = -7$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

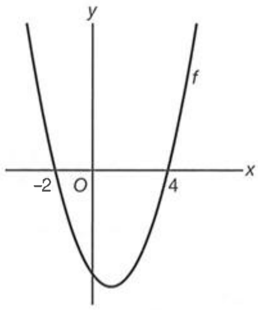

$f(x) < 0$ geeft $-7 < x < 0$




**37** **a** $\underbrace{x^2 - 2x - 8}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$x^2 - 2x - 8 = 0$
$(x+2)(x-4) = 0$
$x = -2 \ \vee \ x = 4$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

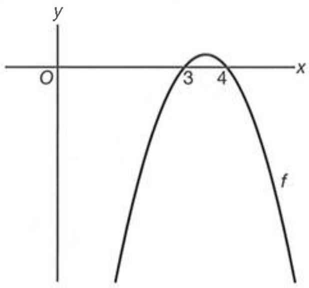

$f(x) > 0$ geeft $x < -2 \ \vee \ x > 4$




**b** $\underbrace{-x^2 + 7x - 12}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$-x^2 + 7x - 12 = 0$
$x^2 - 7x + 12 = 0$
$(x-3)(x-4) = 0$
$x = 3 \ \vee \ x = 4$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

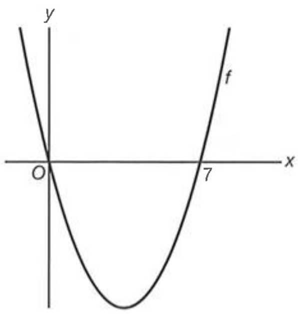

$f(x) < 0$ geeft $x < 3 \ \vee \ x > 4$




**c** $\underbrace{x^2 - 7x}_{f(x)} > 0$

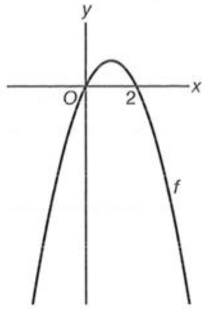
$f(x) = 0$
$x^2 - 7x = 0$
$x(x-7) = 0$
$x = 0 \ \vee \ x = 7$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.


$f(x) > 0$ geeft $x < 0 \ \vee \ x > 7$



d $\underbrace{-x^2 + 2x}_{f(x)} < 0$

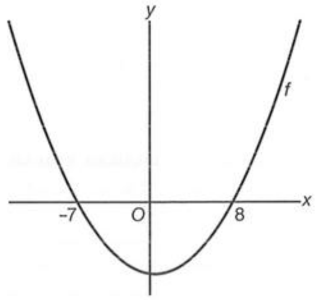
$f(x) = 0$
$-x^2 + 2x = 0$
$-x(x - 2) = 0$
$x = 0 \ \vee \ x = 2$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

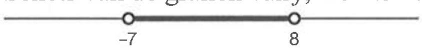



$f(x) < 0$ geeft $x < 0 \ \vee \ x > 2$

e $\underbrace{3(x + 7)(x - 8)}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$3(x + 7)(x - 8) = 0$
$x = -7 \ \vee \ x = 8$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.

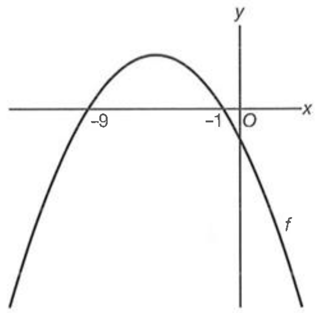





$f(x) < 0$ geeft $-7 < x < 8$

f $\underbrace{-\frac{1}{4}(x + 1)(x + 9)}_{f(x)} < 0$

$f(x) = 0$
$-\frac{1}{4}(x + 1)(x + 9) = 0$
$x = -1 \ \vee \ x = -9$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.




$f(x) < 0$ geeft $x < -9 \ \vee \ x > -1$

# 7.4 Bijzondere ongelijkheden

## bladzijde 70

**38** a Omdat $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8 < 0$.
b Voor elke $x$ ligt de grafiek van $f$ boven de $x$-as, dus voor elke $x$ geldt $f(x) > 0$, dus elke $x$ is oplossing van $x^2 + 2x + 3 > 0$.

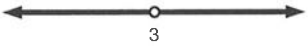
**39** a $f(x) < 0$ voor elke $x$
b $f(x) > 0$ voor geen enkele $x$
c $f(x) < 3$ voor elke $x$
d $g(x) < 0$ voor geen enkele $x$
e $g(x) > 0$ voor $x \neq 3$
f $g(x) < -3$ voor geen enkele $x$
g $h(x) < 0$ voor $x \neq 8$
h $h(x) > 0$ voor geen enkele $x$
i $h(x) < 2$ voor elke $x$

## bladzijde 71

**40** a $f(x) < 0$ voor geen enkele $x$
b $f(x) > 0$ voor $x \neq -5$
c $f(x) > -5$ voor elke $x$
d $g(x) < 0$ voor $x \neq 0$
e $g(x) > 0$ voor geen enkele $x$
f $g(x) > 2$ voor geen enkele $x$
g $h(x) < 0$ voor geen enkele $x$
h $h(x) > 0$ voor elke $x$
i $h(x) < -3$ voor geen enkele $x$
j $h(x) > -6$ voor elke $x$

**41** a $-x^2 + 2x - 2 < 0$ voor elke $x$
b $-x^2 + 2x - 2 > 0$ voor geen enkele $x$
c $-x^2 + 2x - 2 > 2$ voor geen enkele $x$
d $\underbrace{x^2 - 6x - 9}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x-3)(x-3) = 0$
$x = 3$




$x^2 - 6x + 9 > 0$ voor $x \neq 3$

**e** $x^2 - 6x + 9 < 0$ voor geen enkele $x$

**f** $x^2 - 6x + 9 > -20$ voor elke $x$

**g** $\underbrace{x^2 - 2x - 3}_{f(x)} > 0$

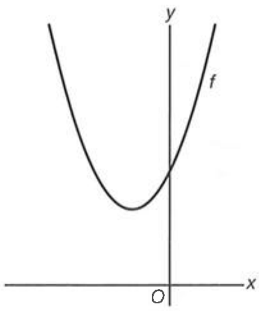
$f(x) = 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x+1)(x-3) = 0$
$x = -1 \ \vee \ x = 3$


$f(x) > 0$ geeft $x < -1 \ \vee \ x > 3$

**h** $x^2 - 2x - 3 = 0$ geeft $x = -1 \ \vee \ x = 3$ (zie g), dus $x_{top} = \frac{-1+3}{2} = 1$ en $y_{top} = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$.
Dus $x^2 - 2x - 3 > -4$ voor $x \neq 1$.

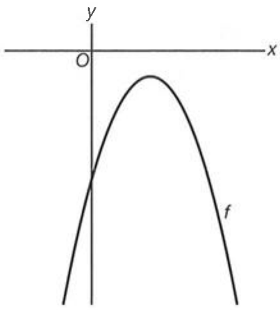
**i** $x^2 - 2x - 3 < -4\frac{1}{2}$ voor geen enkele $x$.

**42** **a** $\underbrace{x^2 + 2x + 3}_{f(x)} > 0$



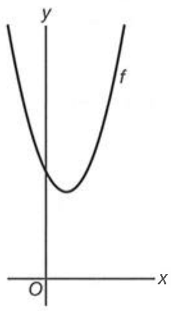

$f(x) = 0$
$x^2 + 2x + 3 = 0$
$a = 1$, $b = 2$ en $c = 3$, dus
$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$.
$D < 0$, dus $f(x) = 0$ heeft geen oplossingen.
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) > 0$ voor elke $x$

**b** $\underbrace{-x^2 + 4x - 5}_{f(x)} > 0$



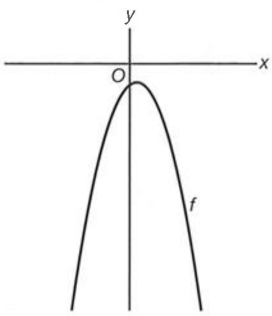

$f(x) = 0$
$-x^2 + 4x - 5 = 0$
$a = -1$, $b = 4$ en $c = -5$, dus
$D = 4^2 - 4 \cdot -1 \cdot -5 = 16 - 20 = -4$.
$D < 0$, dus $f(x) = 0$ heeft geen oplossingen.
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) > 0$ voor geen enkele $x$

**c** $\underbrace{x^2 - 4x + 7}_{f(x)} < 0$




$f(x) = 0$
$x^2 - 4x + 7 = 0$
$a = 1$, $b = -4$ en $c = 7$, dus
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 16 - 28 = -12$.
$D < 0$, dus $f(x) = 0$ heeft geen oplossingen.
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) < 0$ voor geen enkele $x$

**d** $\underbrace{-2x^2 + x - 1}_{f(x)} < 0$

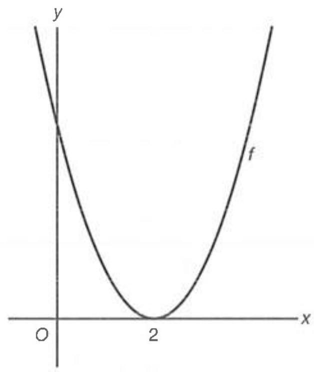



$f(x) = 0$
$-2x^2 + x - 1 = 0$
$a = -2$, $b = 1$ en $c = -1$, dus
$D = 1^2 - 4 \cdot -2 \cdot -1 = 1 - 8 = -7$.
$D < 0$, dus $f(x) = 0$ heeft geen oplossingen.
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) < 0$ voor elke $x$

**e** $\underbrace{x^2 - 4x + 4}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$x^2 - 4x + 4 = 0$
$(x - 2)(x - 2) = 0$
$x = 2$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) > 0$ voor $x \neq 2$

**f** Zie vraag e.
$f(x) < 0$ voor geen enkele $x$




## bladzijde 72

**43**
**a** $x^2 > 4$ geeft $x < -2 \vee x > 2$
**b** $x^2 < 4$ geeft $-2 < x < 2$
**c** $x^2 > -4$ voor elke $x$
**d** $x^2 < -4$ voor geen enkele $x$

**44**
**a** $x^2 > 36$ geeft $x < -6 \vee x > 6$
**b** $x^2 < 36$ geeft $-6 < x < 6$
**c** $x^2 < 40$ geeft $-\sqrt{40} < x < \sqrt{40}$
$-2\sqrt{10} < x < 2\sqrt{10}$
**d** $x^2 > 144$ geeft $x < -12 \vee x > 12$
**e** $x^2 < 121$ geeft $-11 < x < 11$
**f** $x^2 > -18$ voor elke $x$
**g** $x^2 > 24$ geeft $x < -\sqrt{24} \vee x > \sqrt{24}$
$x < -2\sqrt{6} \vee x > 2\sqrt{6}$
**h** $x^2 > 48$ geeft $x < -\sqrt{48} \vee x > \sqrt{48}$
$x < -4\sqrt{3} \vee x > 4\sqrt{3}$

**45**
**a** $x^2 < 0{,}25$ geeft $-0{,}5 < x < 0{,}5$
**b** $x^2 > 1000$ geeft $x < -\sqrt{1000} \vee x > \sqrt{1000}$
$x < -10\sqrt{10} \vee x > 10\sqrt{10}$
**c** $x^2 > -9$ voor elke $x$
**d** $x^2 < -3$ voor geen enkele $x$
**e** $x^2 < 100$ geeft $-10 < x < 10$
**f** $x^2 < 12$ geeft $-\sqrt{12} < x < \sqrt{12}$
$-2\sqrt{3} < x < 2\sqrt{3}$
**g** $x^2 > 0{,}01$ geeft $x < -0{,}1 \vee x > 0{,}1$
**h** $x^2 > 0$ geeft $x \neq 0$

**46**
**a** $x^2 < c$ met $c = 0$ voor geen enkele $x$
**b** $x^2 < c$ met $c$ negatief voor geen enkele $x$
**c** $x^2 > c$ met $c$ positief geeft $x < -\sqrt{c} \vee x > \sqrt{c}$
**d** $x^2 > c$ met $c = 0$ voor $x \neq 0$
**e** $x^2 > c$ met $c$ negatief voor elke $x$
**f** $x^2 > -c^2$ met $c \neq 0$ voor elke $x$
**g** $(x + c)^2 > 0$ geeft $x \neq -c$
**h** $(x - c)^2 \leq 0$ geeft $x = c$

# 7.5 De top van een parabool

## bladzijde 73

**47**
**a** $(3, 6)$
**b** $(-6, -3)$

**48**
**a** $x^2 + 8x - 12 = (x + 4)^2 - 16 - 12 = (x + 4)^2 - 28$
**b** $y = x^2 + 8x - 12$ ofwel $y = (x + 4)^2 - 28$, dus de top is $(-4, -28)$.
**c** $a = 1$ en $b = 8$, dus $x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8}{2 \cdot 1} = -\dfrac{8}{2} = -4$ klopt.

## bladzijde 74

**49**
**a** $f(x) = x^2 + 4x + 1$, dus $a = 1$ en $b = 4$.
$x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{4}{2 \cdot 1} = -2$
$x_{top} = -2$ geeft $y_{top} = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot -2 + 1 = -3$
De top is het punt $(-2, -3)$.

**b** $g(x) = -x^2 + 2x + 10$, dus $a = -1$ en $b = 2$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot -1} = 1$

$x_{top} = 1$ geeft $y_{top} = g(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 10 = 11$

De top is het punt (1, 11).

**c** $h(x) = 1{,}2x^2 - 8{,}4x + 1$, dus $a = 1{,}2$ en $b = -8{,}4$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8{,}4}{2 \cdot 1{,}2} = 3{,}5$

$x_{top} = 3{,}5$ geeft $y_{top} = h(3{,}5) = 1{,}2 \cdot 3{,}5^2 - 8{,}4 \cdot 3{,}5 + 1 = -13{,}7$

De top is het punt (3,5; −13,7).

**d** $k(x) = -0{,}25x^2 + 4x - 17$, dus $a = -0{,}25$ en $b = 4$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot -0{,}25} = 8$

$x_{top} = 8$ geeft $y_{top} = k(8) = -0{,}25 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 - 17 = -1$

De top is het punt (8, −1).

**50** **a** $y = -2(x + 3)^2 - 6$

De top is het punt (−3, −6).

**b** $y = -2x^2 + 12x$, dus $a = -2$ en $b = 12$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \cdot -2} = 3$

$x_{top} = 3$ geeft $y_{top} = -2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = -2 \cdot 9 + 36 = -18 + 36 = 18$

De top is het punt (3, 18).

**c** $y = 3(x + 2)(x + 6)$

$x_{top} = \frac{-2 + -6}{2} = -4$ en $y_{top} = 3(-4 + 2)(-4 + 6) = 3 \cdot -2 \cdot 2 = -12$

De top is het punt (−4, −12).

**d** $y = -0{,}2x^2 + 1{,}8x + 10$, dus $a = -0{,}2$ en $b = 1{,}8$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1{,}8}{2 \cdot -0{,}2} = 4{,}5$

$x_{top} = 4{,}5$ geeft $y_{top} = -0{,}2 \cdot 4{,}5^2 + 1{,}8 \cdot 4{,}5 + 10 = 14{,}05$

De top is het punt (4,5; 14,05).

**e** $y = -0{,}2(x + 1{,}8)^2 - 1{,}3$

De top is het punt (−1,8; −1,3).

**f** $y = 0{,}2x(x + 1{,}8)$

$x_{top} = \frac{0 + -1{,}8}{2} = -0{,}9$ en $y_{top} = 0{,}2 \cdot -0{,}9 \cdot (-0{,}9 + 1{,}8) = 0{,}2 \cdot -0{,}9 \cdot 0{,}9 = -0{,}162$

De top is het punt (−0,9; −0,162).

**51** **a** $h = -0{,}025x^2 + x$, dus $a = -0{,}025$ en $b = 1$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot -0{,}025} = 20$

$x_{top} = 20$ geeft $h_{top} = -0{,}025 \cdot 20^2 + 20 = 10$

De top is het punt (20, 10).

**b** De maximale hoogte van de bal is 10 meter.

**c** $x = 36$ geeft $h = -0{,}025 \cdot 36^2 + 36 = 3{,}6$ meter

Dus Daan kan de bal niet koppen.

## bladzijde 75

**52** **a** $h = -0{,}8x^2 + 5{,}6x - 6{,}9$, dus $a = -0{,}8$ en $b = 5{,}6$.

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{5{,}6}{2 \cdot -0{,}8} = 3{,}5$

$x_{top} = 3{,}5$ geeft $h_{top} = -0{,}8 \cdot 3{,}5^2 + 5{,}6 \cdot 3{,}5 - 6{,}9 = 2{,}9$

De hoogte van de tunnel is 2,9 meter.

**b** Bij anderhalf meter rechts van het midden hoort $x = 3{,}5 + 1{,}5 = 5$.

$x = 5$ geeft $h = -0{,}8 \cdot 5^2 + 5{,}6 \cdot 5 - 6{,}9 = 1{,}1$

De oppervlakte van de wand is $1{,}1 \cdot 8 = 8{,}8$ m$^2$.

**53** **a** $h = -2{,}5x^2 + 6x$, dus $a = -2{,}5$ en $b = 6$.

$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -2{,}5} = 1{,}2$$

$x_{top} = 1{,}2$ geeft $h_{top} = -2{,}5 \cdot 1{,}2^2 + 6 \cdot 1{,}2 = 3{,}6$

De hoogte van de boog is 3,6 meter.

De boog gaat door (0, 0) en de top is bij $x = 1{,}2$, dus de boog gaat ook door (2,4; 0).

Dus de breedte van de boog is 2,4 meter.

**b** Bij 35 cm links van $B$ hoort $x = 2{,}4 - 0{,}35 = 2{,}05$.

$x = 2{,}05$ geeft $h = -2{,}5 \cdot 2{,}05^2 + 6 \cdot 2{,}05 = 1{,}79375$

Dus Marc is langer dan 1,79375 meter.

**54** **a** Bij 6 uur 's morgens hoort $t = 6$.

$t = 6$ geeft $T = -0{,}05 \cdot 6^2 + 1{,}5 \cdot 6 = 7{,}2$ °C

Bij 6 uur 's avonds hoort $t = 18$.

$t = 18$ geeft $T = -0{,}05 \cdot 18^2 + 1{,}5 \cdot 18 = 10{,}8$ °C

**b** $T = -0{,}05t^2 + 1{,}5t$, dus $a = -0{,}05$ en $b = 1{,}5$.

$$t_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1{,}5}{2 \cdot -0{,}05} = 15$$

Dus om 3 uur 's middags is de temperatuur maximaal.

**c** $t_{top} = 15$ geeft $T_{top} = -0{,}05 \cdot 15^2 + 1{,}5 \cdot 15 = 11{,}25$

De maximale temperatuur is 11,25 °C.

**55** $W = -2p^2 + 36p$, dus $a = -2$ en $b = 36$.

$$p_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{36}{2 \cdot -2} = 9$$

$p_{top} = 9$ geeft $W_{top} = -2 \cdot 9^2 + 36 \cdot 9 = 162$

Dus Floor kan op een dag maximaal 162 euro winst maken.

**56** **a** $h = -0{,}1x^2 + 1{,}5x - 2{,}025$, dus $a = -0{,}1$ en $b = 1{,}5$.

$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1{,}5}{2 \cdot -0{,}1} = 7{,}5$$

$x_{top} = 7{,}5$ geeft $h_{top} = -0{,}1 \cdot 7{,}5^2 + 1{,}5 \cdot 7{,}5 - 2{,}025 = 3{,}6$

De hoogte van de tunnel is 3,6 meter.

**b** Bij 4 meter links van het midden hoort $x = 7{,}5 - 4 = 3{,}5$.

$x = 3{,}5$ geeft $h = -0{,}1 \cdot 3{,}5^2 + 1{,}5 \cdot 3{,}5 - 2{,}025 = 2$ meter

De hoogte van de tunnel 4 meter rechts van het midden is ook 2 meter.

oppervlakte wanden $= 2 \cdot 20 \cdot 2 = 80$ m$^2$

De totale kosten zijn $80 \cdot 120 = 9600$ euro.

# 7.6 Omgaan met parameters

## bladzijde 76

**57** **a**
$$\begin{aligned} f(a+7) &= (a+7)^2 + 5(a+7) + 2 \\ &= a^2 + 14a + 49 + 5a + 35 + 2 \\ &= a^2 + 19a + 86 \end{aligned}$$

**b**
$$\begin{aligned} f(a-1) &= (a-1)^2 + 5(a-1) + 2 \\ &= a^2 - 2a + 1 + 5a - 5 + 2 \\ &= a^2 + 3a - 2 \end{aligned}$$

## bladzijde 77

**58** **a** $f(p) = p^2 + 3p + 2$

**b**
$$\begin{aligned} f(p+3) &= (p+3)^2 + 3(p+3) + 2 \\ &= p^2 + 6p + 9 + 3p + 9 + 2 \\ &= p^2 + 9p + 20 \end{aligned}$$

**c** $f(3p) = (3p)^2 + 3 \cdot 3p + 2 = 9p^2 + 9p + 2$

**59** a $f(a) = -3a^2 + 2a$

b $f(2-a) = -3(2-a)^2 + 2(2-a)$
$= -3(4 - 4a + a^2) + 4 - 2a$
$= -12 + 12a - 3a^2 + 4 - 2a$
$= -8 + 10a - 3a^2$

c $f(5-a) = -3(5-a)^2 + 2(5-a)$
$= -3(25 - 10a + a^2) + 10 - 2a$
$= -75 + 30a - 3a^2 + 10 - 2a$
$= -65 + 28a - 3a^2$

**60** a $g(3+p) = -(3+p)^2 + 7(3+p) - 8$
$= -(9 + 6p + p^2) + 21 + 7p - 8$
$= -9 - 6p - p^2 + 21 + 7p - 8$
$= 4 + p - p^2$

b $g(3p) = -(3p)^2 + 7 \cdot 3p - 8 = -9p^2 + 21p - 8$

c $g(1-p) = -(1-p)^2 + 7(1-p) - 8$
$= -(1 - 2p + p^2) + 7 - 7p - 8$
$= -1 + 2p - p^2 + 7 - 7p - 8$
$= -2 - 5p - p^2$

d $g(-p) = -(-p)^2 + 7 \cdot -p - 8 = -p^2 - 7p - 8$

e $g(p+q) = -(p+q)^2 + 7(p+q) - 8$
$= -(p^2 + 2pq + q^2) + 7p + 7q - 8$
$= -p^2 - 2pq - q^2 + 7p + 7q - 8$

f $g(p-q) = -(p-q)^2 + 7(p-q) - 8$
$= -(p^2 - 2pq + q^2) + 7p - 7q - 8$
$= -p^2 + 2pq - q^2 + 7p - 7q - 8$

**61** a Van de grafiek van $g(x) = x^2 + 6px + 8$ is $x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{6p}{2 \cdot 1} = -3p$.

b Van de grafiek van $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4px + 10$ is $x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-4p}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 4p$.

c Van de grafiek van $k(x) = 2x^2 + 8px$ is $x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8p}{2 \cdot 2} = -2p$.

d Van de grafiek van $l(x) = -x^2 + 10px + 1$ is $x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{10p}{2 \cdot -1} = 5p$.

## bladzijde 78

**62** a $f(x) = x^2 + 2px + 4p$

$x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2p}{2 \cdot 1} = -p$

$y_{top} = f(-p) = (-p)^2 + 2p \cdot -p + 4p = p^2 - 2p^2 + 4p = -p^2 + 4p$

b $y_{top} = 3$ geeft $-p^2 + 4p = 3$
$-p^2 + 4p - 3 = 0$
$p^2 - 4p + 3 = 0$
$(p-1)(p-3) = 0$
$p = 1 \vee p = 3$

**63** a $g(x) = -x^2 + 8px + 32p$

$x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8p}{2 \cdot -1} = 4p$

$y_{top} = g(4p) = -(4p)^2 + 8p \cdot 4p + 32p = -16p^2 + 32p^2 + 32p = 16p^2 + 32p$

$y_{top} = 128$ geeft $16p^2 + 32p = 128$
$16p^2 + 32p - 128 = 0$
$p^2 + 2p - 8 = 0$
$(p-2)(p+4) = 0$
$p = 2 \vee p = -4$

**b** $g(2) = -2p$ geeft $-2^2 + 8p \cdot 2 + 32p = -2p$

$-4 + 16p + 32p = -2p$

$50p = 4$

$p = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

**64** **a** $f(x) = 3x^2 - 6px + 4p$

$x_{top} = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-6p}{2 \cdot 3} = p$

$y_{top} = f(p) = 3p^2 - 6p \cdot p + 4p = 3p^2 - 6p^2 + 4p = -3p^2 + 4p$

$y_{top} = -4$ geeft $-3p^2 + 4p = -4$

$-3p^2 + 4p + 4 = 0$, dus $a = -3$, $b = 4$ en $c = 4$.

$D = 4^2 - 4 \cdot -3 \cdot 4 = 64$

$p = \dfrac{-4 - \sqrt{64}}{-6} \vee p = \dfrac{-4 + \sqrt{64}}{-6}$

$p = \dfrac{-4 - 8}{-6} = 2 \vee p = \dfrac{-4 + 8}{-6} = -\frac{2}{3}$

**b** $y_{top} = 0$ geeft $-3p^2 + 4p = 0$

$p(-3p + 4) = 0$

$p = 0 \vee -3p + 4 = 0$

$p = 0 \vee -3p = -4$

$p = 0 \vee p = \dfrac{-4}{-3} = 1\frac{1}{3}$

**c** $f(2p) = -4$ geeft $3 \cdot (2p)^2 - 6p \cdot 2p + 4p = -4$

$3 \cdot 4p^2 - 12p^2 + 4p = -4$

$12p^2 - 12p^2 + 4p = -4$

$4p = -4$

$p = -1$

## bladzijde 79

**65** **a** $f(x) = -x^2 + 6x + p$, dus $a = -1$, $b = 6$ en $c = p$.

$D = 6^2 - 4 \cdot -1 \cdot p = 36 + 4p$

De $x$-as raken, dus $D = 0$ geeft $36 + 4p = 0$

$4p = -36$

$p = -9$

**b** Geheel onder de $x$-as, dus $D < 0$ geeft $36 + 4p < 0$

$4p < -39$

$p < -9$

**c** $f(3) = 8$ geeft $-3^2 + 6 \cdot 3 + p = 8$

$-9 + 18 + p = 8$

$p = -1$

**66** **a** $f(p) = 7$ geeft $3p^2 + p^2 + 3 = 7$

$4p^2 = 4$

$p^2 = 1$

$p = 1 \vee p = -1$

**b** $f(x) = 3x^2 + px + 3$, dus $a = 3$, $b = p$ en $c = 3$.

$D = p^2 \quad 4 \cdot 3 \cdot 3 = p^2 - 36$

Top op de $x$-as ofwel $x$-as raken, dus $D = 0$ geeft $p^2 - 36 = 0$

$p^2 = 36$

$p = 6 \vee p = -6$

**67** **a** $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + p$, dus $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$ en $c = p$.
$D = 2^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot p = 4 - 2p$
Geheel boven de $x$-as, dus $D < 0$ geeft $4 - 2p < 0$
$-2p < -4$
$p > 2$

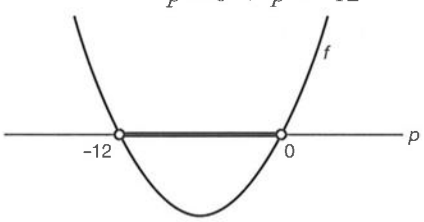
**b** $f(-8) = 160$ geeft $\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + 2 \cdot -8 + p = 160$
$\frac{1}{2} \cdot 64 - 16 + p = 160$
$32 - 16 + p = 160$
$p = 144$

**c** $f(0) = 0 + 0 + p$, dus het snijpunt met de $y$-as is $(0, p)$.
Het snijpunt met de $y$-as ligt dus onder de $x$-as als $p < 0$.

**d** $f(4) = 0$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + p = 0$
$\frac{1}{2} \cdot 16 + 8 + p = 0$
$8 + 8 + p = 0$
$p = -16$
$p = -16$ geeft $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 16$
$f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 16 = 0$
$x^2 + 4x - 32 = 0$
$(x - 4)(x + 8) = 0$
$x = 4 \vee x = -8$
Dus $Q(-8, 0)$.

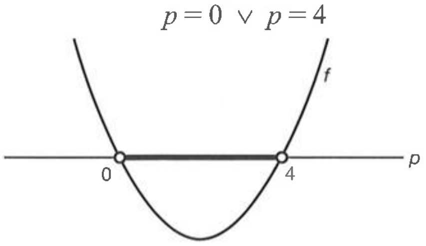
## bladzijde 80

**68** **a** $x^2 + px - 3p = 0$ heeft geen oplossingen als $D < 0$.
$a = 1$, $b = p$ en $c = -3p$, dus $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3p = p^2 + 12p$.
$\underbrace{p^2 + 12p}_{f(p)} < 0$
$f(p) = 0$ geeft $p^2 + 12p = 0$
$p(p + 12) = 0$
$p = 0 \vee p = -12$




$D < 0$ geeft $-12 < p < 0$
Dus de vergelijking $x^2 + px - 3p = 0$ heeft geen oplossingen als je voor $p$ een getal tussen $-12$ en 0 kiest.

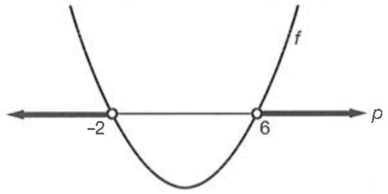
**b** $x^2 - 3px + 9p = 0$ heeft geen oplossingen als $D < 0$.
$a = 1$, $b = -3p$ en $c = 9p$, dus $D = (-3p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9p = 9p^2 - 36p$.
$\underbrace{9p^2 - 36p}_{f(p)} < 0$
$f(p) = 0$ geeft $9p^2 - 36p = 0$
$9p(p - 4) = 0$
$p = 0 \vee p = 4$




$D < 0$ geeft $0 < p < 4$
Dus de vergelijking $x^2 - 3px + 9p = 0$ heeft geen oplossingen als je voor $p$ een getal tussen 0 en 4 kiest.

**69** **a** $x^2 + px + p + 3 = 0$ heeft twee oplossingen als $D > 0$.
$a = 1$, $b = p$ en $c = p + 3$, dus $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot (p + 3) = p^2 - 4p - 12$.
$\underbrace{p^2 - 4p - 12}_{f(p)} > 0$

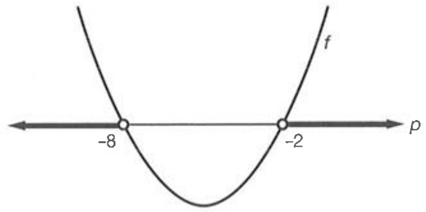
$f(p) = 0$ geeft $p^2 - 4p - 12 = 0$
$(p + 2)(p - 6) = 0$
$p = -2 \vee p = 6$




$D > 0$ geeft $p < -2 \vee p > 6$
Dus de vergelijking $x^2 + px + p + 3 = 0$ heeft twee oplossingen als je voor $p$ een getal kleiner dan $-2$ of groter dan 6 kiest.

**b** $x^2 + (p + 4)x - \frac{1}{2}p = 0$ heeft twee oplossingen als $D > 0$.
$a = 1$, $b = p + 4$ en $c = -\frac{1}{2}p$, dus $D = (p + 4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{1}{2}p = p^2 + 8p + 16 + 2p = p^2 + 10p + 16$.
$\underbrace{p^2 + 10p + 16}_{f(p)} > 0$

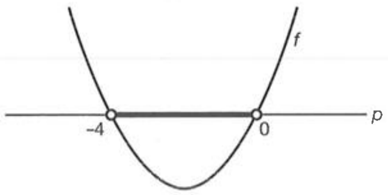
$f(p) = 0$ geeft $p^2 + 10p + 16 = 0$
$(p + 2)(p + 8) = 0$
$p = -2 \vee p = -8$




$D > 0$ geeft $p < -8 \vee p > -2$
Dus de vergelijking $x^2 + (p + 4)x - \frac{1}{2}p = 0$ heeft twee oplossingen als je voor $p$ een getal kleiner dan $-8$ of groter dan $-2$ kiest.

**70** **a** Geheel boven de $x$-as als $D < 0$.
$y = \frac{1}{2}x^2 + px - 2p$, dus $a = \frac{1}{2}$, $b = p$ en $c = -2p$.
$D = p^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot -2p = p^2 + 4p$
$\underbrace{p^2 + 4p}_{f(p)} < 0$

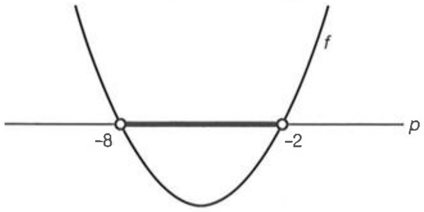
$f(p) = 0$ geeft $p^2 + 4p = 0$
$p(p + 4) = 0$
$p = 0 \vee p = -4$




$D < 0$ geeft $-4 < p < 0$
Dus de parabool $y = \frac{1}{2}x^2 + px - 2p$ ligt geheel boven de $x$-as als je voor $p$ een getal tussen $-4$ en 0 kiest.

**b** Geheel onder de $x$-as als $D < 0$.
$y = -x^2 + (p+4)x + \frac{1}{2}p$, dus $a = -1$, $b = p + 4$ en $c = \frac{1}{2}p$.
$D = (p+4)^2 - 4 \cdot -1 \cdot \frac{1}{2}p = p^2 + 8p + 16 + 2p = p^2 + 10p + 16$
$\underbrace{p^2 + 10p + 16}_{f(p)} < 0$

$f(p) = 0$ geeft $p^2 + 10p + 16 = 0$
$(p+2)(p+8) = 0$
$p = -2 \lor p = -8$

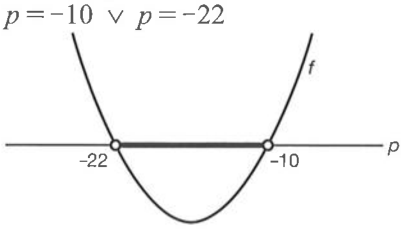



$D < 0$ geeft $-8 < p < -2$
Dus de parabool $y = -x^2 + (p+4)x + \frac{1}{2}p$ ligt geheel onder de $x$-as als je voor $p$ een getal tussen $-8$ en $-2$ kiest.

**71** **a** $p = 0$ geeft de lineaire vergelijking $3x = 1$ ofwel $x = \frac{1}{3}$, dus één oplossing als $p = 0$.
$px^2 + 3x = 1 - px$
$px^2 + px + 3x - 1 = 0$
$px^2 + (p+3)x - 1 = 0$
Deze vergelijking heeft één oplossing als $D = 0$.
$a = p$, $b = p + 3$ en $c = -1$, dus
$D = (p+3)^2 - 4 \cdot p \cdot -1 = p^2 + 6p + 9 + 4p = p^2 + 10p + 9$.
$D = 0$ geeft $p^2 + 10p + 9 = 0$
$(p+1)(p+9) = 0$
$p = -1 \lor p = -9$
Dus de vergelijking $px^2 + 3x = 1 - px$ heeft één oplossing voor $p = 0 \lor p = -1 \lor p = -9$.

**b** De grafieken van $f$ en $g$ hebben geen gemeenschappelijke punten als de vergelijking $f(x) = g(x)$ geen oplossingen heeft.
$f(x) = g(x)$ geeft $5x^2 + px - 6 = -4x^2 + 2x + p$
$5x^2 + 4x^2 + px - 2x - 6 - p = 0$
$9x^2 + (p-2)x - p - 6 = 0$
De vergelijking $9x^2 + (p-2)x - p - 6 = 0$ heeft geen oplossingen als $D < 0$.
$a = 9$, $b = p - 2$ en $c = -p - 6$, dus
$D = (p-2)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-p-6) = p^2 - 4p + 4 + 36p + 216 = p^2 + 32p + 220$.
$\underbrace{p^2 + 32p + 220}_{f(p)} < 0$

$f(p) = 0$
$p^2 + 32p + 220 = 0$
$(p+10)(p+22) = 0$
$p = -10 \lor p = -22$




$D < 0$ geeft $-22 < p < -10$
Dus de grafieken van $f$ en $g$ hebben geen gemeenschappelijke punten als je voor $p$ een getal tussen $-22$ en $-10$ kiest.

# 7.7 Ongelijkheden met GeoGebra

## bladzijde 81

**72** **a,b** *
**c** De $x$-coördinaten van de snijpunten zijn $x = -3$ en $x = 2$.
$-x^2 + 2 > x - 4$ geeft $-3 < x < 2$

**73** **a** *
**b** $x^2 - 10x + 20 > 0$ geeft bij benadering $x < 2{,}76 \ \vee \ x > 7{,}24$

**74** **a** $x^2 - 2x + 4 < -3x + 5$ geeft bij benadering $-1{,}62 < x < 0{,}62$
**b** $x^2 - 2x + 4 > 0$ geeft elke $x$ is oplossing
**c** $(x-2)^2 - 8x > -2(x+3)^2 + 24$ geeft bij benadering $x < -0{,}82 \ \vee \ x > 0{,}82$
**d** $-2(x+15)^2 + 240 < 0$ geeft bij benadering $x < -25{,}95 \ \vee \ x > -4{,}05$
**e** $-(x+1)^2 + 3 > 3x^2 - 4x$ geeft $-0{,}5 < x < 1$
**f** $4x^2 + 11 > 160$ geeft bij benadering $x < -6{,}10 \ \vee \ x > 6{,}10$
**g** $(2x+1)^2 - 11 < 3x - 4(1 - \frac{1}{2}x)^2$ geeft bij benadering $-0{,}84 < x < 1{,}44$
**h** $3x - 4(12 - \frac{1}{2}x)^2 < 2\frac{1}{2}$ geeft bij benadering $x < 17{,}03 \ \vee \ x > 33{,}97$

# Gemengde opgaven

## bladzijde 82

**1** **a** $-5x > 10$
$x < -2$
**b** $-7x < 0$
$x > 0$
**c** $\frac{1}{3}x - 2 \geq \frac{1}{2}x - 8$
$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot 2 \geq 6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 8$
$2x - 12 \geq 3x - 48$
$2x - 3x \geq -48 + 12$
$-x \geq -36$
$x \leq 36$
**d** $6(4 - x) > 6x - 5(2 - x)$
$24 - 6x > 6x - 10 + 5x$
$-6x - 6x - 5x > -10 - 24$
$-17x > -34$
$x < 2$
**e** $0{,}3x - 1{,}8 \geq x - 0{,}4$
$0{,}3x - x \geq -0{,}4 + 1{,}8$
$-0{,}7x \geq 1{,}4$
$x \leq -2$
**f** $-7(x-1) \leq 4(3+x) + 6$
$-7x + 7 \leq 12 + 4x + 6$
$-7x - 4x \leq 12 + 6 - 7$
$-11x \leq 11$
$x \geq -1$

**2** **a** Het gewicht van de $x$ stenen is $4x$ kg.
Tom en de kar wegen samen $45 + 120 = 165$ kg.
De plank breekt door, dus het gewicht op de plank is meer dan 380 kg.
Dus $4x + 165 > 380$.
**b** $4x + 165 > 380$
$4x > 380 - 165$
$4x > 215$
$x > 53{,}75$
**c** Het aantal stenen op de kar is 54 of meer.

**3** **a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = 0 \ \vee \ x = 2$


$f(x) > g(x)$ geeft $x < 0 \ \vee \ x > 2$
**b** $f(x) = h(x)$ geeft $x = -1 \ \vee \ x = 4$


$f(x) < h(x)$ geeft $-1 < x < 4$
**c** $g(x) > h(x)$ voor geen enkele $x$

**d** $f(x) = 5$ geeft $x = -1 \vee x = 5$


$f(x) > 5$ geeft $x < -1 \vee x > 5$

**e** $f(x) = 0$ geeft $x = 0 \vee x = 4$


$f(x) < 0$ geeft $0 < x < 4$

**f** $g(x) < 0$ voor $x \neq 0$

**g** $h(x) = 5$ geeft $x = -1$


$h(x) > 5$ geeft $x < -1$

**h** $h(x) = 0$ geeft $x = 4$


$h(x) < 0$ geeft $x > 4$

**4** **a** $h = -0{,}8x^2 + 5{,}6x - 6{,}6$, dus $a = -0{,}8$ en $b = 5{,}6$.

$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{5{,}6}{2 \cdot -0{,}8} = 3{,}5$$

$x_{top} = 3{,}5$ geeft $h_{top} = -0{,}8 \cdot 3{,}5^2 + 5{,}6 \cdot 3{,}5 - 6{,}6 = 3{,}2$

De maximale hoogte is 3,2 meter.

**b** $h = 2{,}4$ geeft $-0{,}8x^2 + 5{,}6x - 6{,}6 = 2{,}4$

$-0{,}8x^2 + 5{,}6x - 9 = 0$, dus $a = -0{,}8$, $b = 5{,}6$ en $c = -9$.

$D = 5{,}6^2 - 4 \cdot -0{,}8 \cdot -9 = 2{,}56$

$$x = \frac{-5{,}6 - \sqrt{2{,}56}}{-1{,}6} \vee x = \frac{-5{,}6 + \sqrt{2{,}56}}{-1{,}6}$$

$$x = \frac{-5{,}6 - 1{,}6}{-1{,}6} = 4{,}5 \vee x = \frac{-5{,}6 + 1{,}6}{-1{,}6} = 2{,}5$$

Dus 1 meter rechts en 1 meter links van de top is de tunnel 2,4 meter hoog.
Hieruit volgt dat de breedte van de camper meer dan 2 meter is.

**c** $x_{top} = 3{,}5$ en de aanhangwagen is 3 meter breed, dus bereken de hoogte van de tunnel voor $x = 3{,}5 - 1{,}5 = 2$ (of voor $x = 3{,}5 + 1{,}5 = 5$).

$x = 2$ geeft $h = -0{,}8 \cdot 2^2 + 5{,}6 \cdot 2 - 6{,}6 = 1{,}4$ meter

Bij $x = 2$ (en bij $x = 5$) is de hoogte van de tunnel 1,4 meter.
De aanhangwagen past door de tunnel.
Dus de hoogte van de aanhangwagen is minder dan 1,4 meter.

## bladzijde 83

**5** **a** $y = x^2 + 10x + 15$

$y = (x + 5)^2 - 25 + 15$

$y = (x + 5)^2 - 10$

De top is het punt $(-5, -10)$.

**b** $y = -4x^2 + 12$

De top is het punt $(0, 12)$.

**c** $y = 2(x + 6)^2 - 15$

De top is het punt $(-6, -15)$.

**d** $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$, dus $a = \frac{1}{2}$ en $b = -1$.

$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

$x_{top} = 1$ geeft $y_{top} = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - 1 - 2 = \frac{1}{2} - 1 - 2 = -2\frac{1}{2}$

De top is het punt $(1, -2\frac{1}{2})$.

**e** $y = \frac{1}{7}(x+2)(x-12)$

$x_{top} = \dfrac{-2+12}{2} = 5$

$x_{top} = 5$ geeft $y_{top} = \frac{1}{7}(5+2)(5-12) = \frac{1}{7} \cdot 7 \cdot -7 = -7$

De top is het punt $(5, -7)$.

**f** $y = 4 - (x+1)^2$

$y = -(x+1)^2 + 4$

De top is het punt $(-1, 4)$.

**6** **a** $\underbrace{x^2 + 2x - 3}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x-1)(x+3) = 0$

$x = 1 \vee x = -3$

$f(x) > 0$ geeft $x < -3 \vee x > 1$

**b** $\underbrace{-x^2 + 6x}_{g(x)} > \underbrace{8}_{l(x)}$

$g(x) = l(x)$

$-x^2 + 6x = 8$

$-x^2 + 6x - 8 = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

$x = 2 \vee x = 4$

$g(x) > l(x)$ geeft $2 < x < 4$

**c** $\underbrace{x^2 - 3}_{h(x)} < \underbrace{-2x + 5}_{k(x)}$

$h(x) = k(x)$

$x^2 - 3 = -2x + 5$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$(x-2)(x+4) = 0$

$x = 2 \vee x = -4$

$h(x) < k(x)$ geeft $-4 < x < 2$

**7** **a** $\underbrace{\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$

$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)(x-2) = 0$

$x = 2$

$f(x) > 0$ voor $x \neq 2$

**b** $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 < -4$ voor geen enkele $x$

**c** $-x^2 + 3x - 3 < 0$ voor elke $x$

**d** $-x^2 + 3x - 3 > 1$ voor geen enkele $x$

**e** $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 4 > 0$ voor elke $x$

**f** $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 4 < -1$ voor geen enkele $x$

**8** **a** $x^2 < 1$ geeft $-1 < x < 1$

**b** $x^2 > 13$ geeft $x < -\sqrt{13} \vee x > \sqrt{13}$

**c** $x^2 > -2$ voor elke $x$

**d** $x^2 < 17$ geeft $-\sqrt{17} < x < \sqrt{17}$

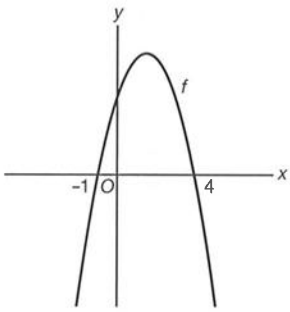
**e** $x^2 < -6$ voor geen enkele $x$

**f** $x^2 > 50$ geeft $x < -\sqrt{50} \vee x > \sqrt{50}$

$x < -5\sqrt{2} \vee x > 5\sqrt{2}$

**9** **a** $\underbrace{-x^2 + 3x + 4}_{f(x)} < 0$

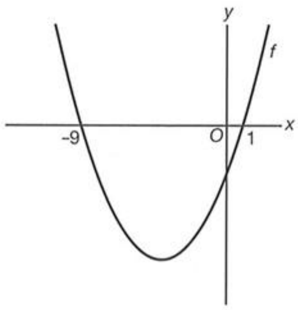
$f(x) = 0$
$-x^2 + 3x + 4 = 0$
$x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x+1)(x-4) = 0$
$x = -1 \vee x = 4$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.


$f(x) < 0$ geeft $x < -1 \vee x > 4$

**b** $\underbrace{\tfrac{1}{3}(x-1)(x+9)}_{f(x)} < 0$

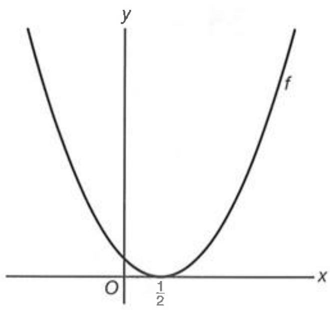
$f(x) = 0$
$\tfrac{1}{3}(x-1)(x+9) = 0$
$x = 1 \vee x = -9$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.


$f(x) < 0$ geeft $-9 < x < 1$

**c** $\underbrace{x^2 - x + \tfrac{1}{4}}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$x^2 - x + \tfrac{1}{4} = 0$
$(x - \tfrac{1}{2})(x - \tfrac{1}{2}) = 0$
$x = \tfrac{1}{2}$
Schets van de grafiek van $f$, zie hiernaast.
$f(x) > 0$ voor $x \neq \tfrac{1}{2}$




**10** **a** $f(p-3) = -2(p-3)^2 + 16p(p-3) + 48p$
$= -2(p^2 - 6p + 9) + 16p^2 - 48p + 48p$
$= -2p^2 + 12p - 18 + 16p^2 - 48p + 48p$
$= 14p^2 + 12p - 18$

**b** $f(x) = -2x^2 + 16px + 48p$, dus $a = -2$ en $b = 16p$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{16p}{2 \cdot -2} = 4p$$

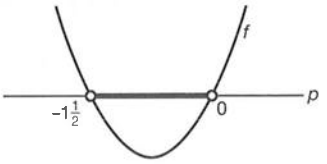
$y_{\text{top}} = f(4p) = -2 \cdot (4p)^2 + 16p \cdot 4p + 48p = -2 \cdot 16p^2 + 64p^2 + 48p = -32p^2 + 64p^2 + 48p = 32p^2 + 48p$

$y_{\text{top}} = -16$ geeft $32p^2 + 48p = -16$
$32p^2 + 48p + 16 = 0$
$2p^2 + 3p + 1 = 0$
$(2p+1)(p+1) = 0$
$2p = -1 \vee p = -1$
$p = -\tfrac{1}{2} \vee p = -1$

**c** $f(p) = 20p$ geeft $-2p^2 + 16p^2 + 48p = 20p$
$14p^2 + 28p = 0$
$14p(p+2) = 0$
$p = 0 \vee p = -2$

**d** $f(x) = -2x^2 + 16px + 48p$
$a = -2$, dus de grafiek van $f$ is een bergparabool.
De grafiek ligt geheel onder de $x$-as als $y_{top} < 0$ ofwel als $\underbrace{32p^2 + 48p}_{f(p)} < 0$.

$f(p) = 0$
$32p^2 + 48p = 0$
$16p(2p + 3) = 0$
$p = 0 \vee 2p = -3$
$p = 0 \vee p = -1\frac{1}{2}$




$f(p) < 0$ geeft $-1\frac{1}{2} < p < 0$
Dus de grafiek van $f$ ligt geheel onder de $x$-as als je voor $p$ een getal tussen $-1\frac{1}{2}$ en 0 kiest.

# Diagnostische toets

## bladzijde 86

**1** **a** $0{,}5x + 1 < 2x - 2$
$0{,}5x - 2x < -2 - 1$
$-1{,}5x < -3$
$x > 2$

**b** $\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}(2a - 6) \geq -\frac{5}{6}a + 1$
$\frac{2}{3}a - a + 3 \geq -\frac{5}{6}a + 1$
$6 \cdot \frac{2}{3}a - 6 \cdot a + 6 \cdot 3 \geq 6 \cdot -\frac{5}{6}a + 6 \cdot 1$
$4a - 6a + 18 \geq -5a + 6$
$4a - 6a + 5a \geq 6 - 18$
$3a \geq -12$
$a \geq -4$

**c** $5x - 3 < 6x - 3$
$5x - 6x < -3 + 3$
$-x < 0$
$x > 0$

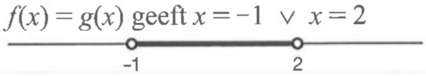
**d** $5 - 1\frac{1}{2}x \leq 3 - (x - 1)$
$5 - 1\frac{1}{2}x \leq 3 - x + 1$
$-1\frac{1}{2}x + x \leq 3 + 1 - 5$
$-\frac{1}{2}x \leq -1$
$x \geq 2$

**2** **a** $4{,}25x - 2{,}50x - 50 > 80$

**b** $4{,}25x - 2{,}50x > 80 + 50$
$1{,}75x > 130$
$x > \frac{130}{1{,}75} \approx 74{,}29$

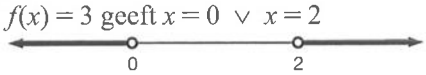
**c** Dus Louise verkocht minstens 75 kettingen.

**3** **a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 2$



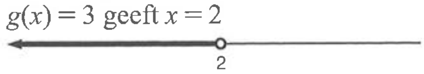

$f(x) > g(x)$ geeft $-1 < x < 2$

**b** $f(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 2$



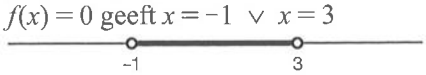

$f(x) < 3$ geeft $x < 0 \vee x > 2$

**c** $g(x) = 3$ geeft $x = 2$



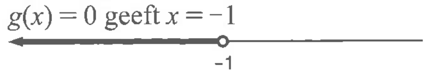

$g(x) < 3$ geeft $x < 2$

**d** $f(x) = 0$ geeft $x = -1 \vee x = 3$



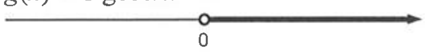

$f(x) > 0$ geeft $-1 < x < 3$

**e** $g(x) = 0$ geeft $x = -1$




$g(x) < 0$ geeft $x < -1$

**f** $g(x) = 1$ geeft $x = 0$




$g(x) > 1$ geeft $x > 0$

**4** **a** $5x^2 = x$
$5x^2 - x = 0$
$x(5x - 1) = 0$
$x = 0 \vee 5x - 1 = 0$
$x = 0 \vee 5x = 1$
$x = 0 \vee x = \frac{1}{5}$

**b** $3x^2 + 7x = 3x + 20$
$3x^2 + 4x - 20 = 0$
$a = 3$, $b = 4$ en $c = -20$,
dus $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot -20 = 256$.

$$x = \frac{-4 - \sqrt{256}}{6} \vee x = \frac{-4 + \sqrt{256}}{6}$$

$$x = \frac{-4 - 16}{6} = -3\tfrac{1}{3} \vee x = \frac{-4 + 16}{6} = 2$$

**c** $(x - 3)^2 = 6(x + 9)$
$x^2 - 6x + 9 = 6x + 54$
$x^2 - 12x - 45 = 0$
$(x + 3)(x - 15) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 15 = 0$
$x = -3 \vee x = 15$

**d** $(3x - 1)(2x + 1) = 5 + x$
$6x^2 + 3x - 2x - 1 = 5 + x$
$6x^2 = 6$
$x^2 = 1$
$x = 1 \vee x = -1$

**5** **a** $\underbrace{\tfrac{1}{2}x^2 + x}_{f(x)} > \underbrace{2\tfrac{1}{2} - x}_{g(x)}$

$f(x) = g(x)$
$\frac{1}{2}x^2 + x = 2\frac{1}{2} - x$
$\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2\frac{1}{2} = 0$
$x^2 + 4x - 5 = 0$
$(x - 1)(x + 5) = 0$
$x = 1 \vee x = -5$


$f(x) > g(x)$ geeft $x < -5 \vee x > 1$

**b** $\underbrace{-\tfrac{1}{2}x^2 + 2x}_{h(x)} > \underbrace{-2\tfrac{1}{2}}_{k(x)}$

$h(x) = k(x)$
$-\frac{1}{2}x^2 + 2x = -2\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2\frac{1}{2} = 0$
$x^2 - 4x - 5 = 0$
$(x + 1)(x - 5) = 0$
$x = -1 \vee x = 5$


$h(x) > k(x)$ geeft $-1 < x < 5$

**6** $T > 9$ geeft $\underbrace{-0{,}05t^2 + 1{,}5t + 0{,}2}_{f(t)} > \underbrace{9}_{g(t)}$

$f(t) = g(t)$
$-0{,}05t^2 + 1{,}5t + 0{,}2 = 9$
$-0{,}05t^2 + 1{,}5t - 8{,}8 = 0$
$t^2 - 30t + 176 = 0$
$(t - 8)(t - 22) = 0$
$t = 8 \vee t = 22$


$f(t) > g(t)$ geeft $8 < t < 22$

De temperatuur is die dag tussen 8 uur 's ochtends en 10 uur 's avonds meer dan 9 °C.

**7** **a** $\underbrace{-x^2+3x}_{f(x)}>0$

$f(x)=0$
$-x^2+3x=0$
$-x(x-3)=0$
$x=0 \vee x=3$

$f(x)>0$ geeft $0<x<3$

**b** $\underbrace{\tfrac{1}{2}(x-1)(x+4)}_{g(x)}>0$

$g(x)=0$
$\tfrac{1}{2}(x-1)(x+4)=0$
$x=1 \vee x=-4$

$g(x)>0$ geeft $x<-4 \vee x>1$

**8** **a** $f(x)<0$ voor geen enkele $x$
**b** $f(x)>0$ voor elke $x$
**c** $f(x)>-3$ voor elke $x$
**d** $g(x)<0$ voor $x\neq 4$
**e** $g(x)>0$ voor geen enkele $x$
**f** $g(x)>3$ voor geen enkele $x$
**g** $h(x)<0$ voor elke $x$
**h** $h(x)>0$ voor geen enkele $x$
**i** $h(x)<6$ voor elke $x$

**9** **a** $x^2>64$ geeft $x<-8 \vee x>8$
**b** $x^2<1$ geeft $-1<x<1$
**c** $x^2<20$ geeft $-\sqrt{20}<x<\sqrt{20}$
$-2\sqrt{5}<x<2\sqrt{5}$
**d** $x^2>-\tfrac{1}{25}$ voor elke $x$

**10** **a** $f(x)=2x^2-12x+1$, dus $a=2$ en $b=-12$.
$$x_{top}=-\frac{b}{2a}=-\frac{-12}{2\cdot 2}=3$$
$x_{top}=3$ geeft $y_{top}=f(3)=2\cdot 3^2-12\cdot 3+1=18-36+1=-17$
De top is het punt $(3,-17)$.
**b** $g(x)=-0{,}1x^2+2x-8$, dus $a=-0{,}1$ en $b=2$.
$$x_{top}=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot -0{,}1}=10$$
$x_{top}=10$ geeft $y_{top}=g(10)=-0{,}1\cdot 10^2+2\cdot 10-8=2$
De top is het punt $(10, 2)$.
**c** $h(x)=3(x-1)^2-4$
De top is het punt $(1,-4)$.
**d** $k(x)=-2(x+2)(x-18)$
$$x_{top}=\frac{-2+18}{2}=8 \text{ en } y_{top}=k(8)=-2(8+2)(8-18)=-2\cdot 10\cdot -10=200$$
De top is het punt $(8, 200)$.

**11** **a** $W=-4p^2+78p-100$, dus $a=-4$ en $b=78$.
$$p_{top}=-\frac{b}{2a}=-\frac{78}{2\cdot -4}=9{,}75$$
Bij een prijs van € 9,75 is de winst maximaal.
**b** $W_{top}=-4\cdot 9{,}75^2+78\cdot 9{,}75-100=280{,}25$
De maximale winst is € 280,25.

**12** **a**
$$\begin{aligned} f(a+5)&=-5(a+5)^2+8(a+5)+3\\ &=-5(a^2+10a+25)+8a+40+3\\ &=-5a^2-50a-125+8a+40+3\\ &=-5a^2-42a-82\end{aligned}$$
**b**
$$\begin{aligned} f(5a)&=-5(5a)^2+8\cdot 5a+3\\ &=-5\cdot 25a^2+40a+3\\ &=-125a^2+40a+3\end{aligned}$$

**13** **a** $f(x) = -x^2 + 6px + 3p$, dus $a = -1$ en $b = 6p$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6p}{2 \cdot -1} = 3p$$

$$y_{\text{top}} = f(3p) = -(3p)^2 + 6p \cdot 3p + 3p = -9p^2 + 18p^2 + 3p = 9p^2 + 3p$$

$y_{\text{top}} = 6$ geeft $9p^2 + 3p = 6$

$9p^2 + 3p - 6 = 0$

$3p^2 + p - 2 = 0$

$a = 3$, $b = 1$ en $c = -2$, dus $D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot -2 = 25$.

$$p = \frac{-1 - \sqrt{25}}{6} \vee p = \frac{-1 + \sqrt{25}}{6}$$

$$p = \frac{-1 - 5}{6} = -1 \vee p = \frac{-1 + 5}{6} = \tfrac{2}{3}$$

**b** Geheel onder de $x$-as als $D < 0$.

$f(x) = -x^2 + 6px + 3p$, dus $a = -1$, $b = 6p$ en $c = 3$.

$D = (6p)^2 - 4 \cdot -1 \cdot 3p = 36p^2 + 12p$

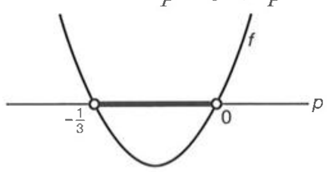
$\underbrace{36p^2 + 12p}_{f(p)} < 0$

$f(p) = 0$ geeft $36p^2 + 12p = 0$

$12p(3p + 1) = 0$

$p = 0 \vee 3p = -1$

$p = 0 \vee p = -\frac{1}{3}$




$D < 0$ geeft $-\frac{1}{3} < p < 0$

Dus de grafiek van $f$ ligt geheel onder de $x$-as als je voor $p$ een getal tussen $-\frac{1}{3}$ en 0 kiest.

# Herhaling

## bladzijde 88

**1** **a** $-5x < 20$

$x > -4$

**b** $5x < -20$

$x < -4$

**c** $-x \leq -8$

$x \geq 8$

**d** $-\frac{1}{5}x < 1$

$x > -5$

**e** $\frac{1}{2}x < -4$

$x < -8$

**f** $-x \geq 0$

$x \leq 0$

**2** **a** $3x \leq 7x + 6$

$3x - 7x \leq 6$

$-4x \leq 6$

$x \geq -1\frac{1}{2}$

**b** $4(x - 2) > 7(x + 1) + 3$

$4x - 8 > 7x + 7 + 3$

$4x - 7x > 7 + 3 + 8$

$-3x > 18$

$x < -6$

**c** $5 - (x - 1) < 4 - 2x$

$5 - x + 1 < 4 - 2x$

$-x + 2x < 4 - 5 - 1$

$x < -2$

**d** $\frac{1}{3}x - 1 \geq 2x + \frac{2}{3}$

$3 \cdot \frac{1}{3}x - 3 \cdot 1 \geq 3 \cdot 2x + 3 \cdot \frac{2}{3}$

$x - 3 \geq 6x + 2$

$x - 6x \geq 2 + 3$

$-5x \geq 5$

$x \leq -1$

**e** $3(1 - x) < 2(1 + x)$

$3 - 3x < 2 + 2x$

$-3x - 2x < 2 - 3$

$-5x < -1$

$x > \frac{1}{5}$

**f** $\frac{2}{3}x + 2 > 1\frac{1}{2}x - 2$

$6 \cdot \frac{2}{3}x + 6 \cdot 2 > 6 \cdot 1\frac{1}{2}x - 6 \cdot 2$

$4x + 12 > 9x - 12$

$4x - 9x > -12 - 12$

$-5x > -24$

$x < 4\frac{4}{5}$

**3** **a** $3{,}50x - (1{,}50x + 75) > 80$
$3{,}50x - 1{,}50x - 75 > 80$
$3{,}50x - 1{,}50x > 80 + 75$
$2x > 155$
$x > 77{,}5$
**b** Mevrouw Talens heeft minstens 78 potjes jam verkocht.

**4** $-5 < x < 1$
$x < -1 \vee x > 3$
$2 < x < 4$
$x < -3 \vee x > 0$

## bladzijde 89

**5** **a** $f(x) = g(x)$ geeft $x = 0 \vee x = 2$


$f(x) < g(x)$ geeft $x < 0 \vee x > 2$
**b** $f(x) = h(x)$ geeft $x = -1 \vee x = 2$


$f(x) > h(x)$ geeft $-1 < x < 2$
**c** $g(x) = h(x)$ geeft $x = 1 \vee x = 2$


$g(x) > h(x)$ geeft $x < 1 \vee x > 2$
**d** $g(x) = 0$ geeft $x = 1 \vee x = 3$


$g(x) < 0$ geeft $1 < x < 3$
**e** $f(x) = 2$ geeft $x = -1 \vee x = 1$


$f(x) < 2$ geeft $x < -1 \vee x > 1$
**f** $g(x) = 3$ geeft $x = 0 \vee x = 4$


$g(x) < 3$ geeft $0 < x < 4$

**6** **a** $3x^2 = x$
$3x^2 - x = 0$
$x(3x - 1) = 0$
$x = 0 \vee 3x = 1$
$x = 0 \vee x = \frac{1}{3}$
**b** $5x^2 + 3x = 2(x + 11)$
$5x^2 + 3x = 2x + 22$
$5x^2 + x - 22 = 0$
$a = 5$, $b = 1$ en $c = -22$,
dus $D = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot -22 = 441$.

$$x = \frac{-1 - \sqrt{441}}{10} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{441}}{10}$$

$$x = \frac{-1 - 21}{10} = -2\tfrac{1}{5} \vee x = \frac{-1 + 21}{10} = 2$$

**c** $(x + 5)^2 = -8(x - 1)$
$x^2 + 10x + 25 = -8x + 8$
$x^2 + 18x + 17 = 0$
$(x + 1)(x + 17) = 0$
$x = -1 \vee x = -17$
**d** $5x^2 + 46 = 1$
$5x^2 = -45$
$x^2 = -9$
geen oplossingen
**e** $(2x - 1)(5x + 2) = 8 - x$
$10x^2 + 4x - 5x - 2 = 8 - x$
$10x^2 = 10$
$x^2 = 1$
$x = 1 \vee x = -1$
**f** $(3x - 2)(7x + 3) = 0$
$3x = 2 \vee 7x = -3$
$x = \frac{2}{3} \vee x = -\frac{3}{7}$

**7** **a** $\underbrace{-x^2 + 3x}_{f(x)} > \underbrace{x - 3}_{g(x)}$

$f(x) = g(x)$
$-x^2 + 3x = x - 3$
$-x^2 + 2x + 3 = 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x + 1)(x - 3) = 0$
$x = -1 \vee x = 3$


$f(x) > g(x)$ geeft $-1 < x < 3$

**b** $\underbrace{x^2}_{h(x)} > \underbrace{4x}_{k(x)}$

$h(x) = k(x)$
$x^2 = 4x$
$x^2 - 4x = 0$
$x(x - 4) = 0$
$x = 0 \vee x = 4$


$h(x) > k(x)$ geeft $x < 0 \vee x > 4$

## bladzijde 90

**8** **a** $\underbrace{-0{,}15t^2 + 3{,}6t + 8}_{f(t)} > \underbrace{20}_{g(t)}$

$f(t) = g(t)$
$-0{,}15t^2 + 3{,}6t + 8 = 20$
$-0{,}15t^2 + 3{,}6t - 12 = 0$
$t^2 - 24t + 80 = 0$
$(t - 4)(t - 20) = 0$
$t = 4 \vee t = 20$


$f(t) > g(t)$ geeft $4 < t < 20$

**b** De temperatuur is die dag hoger dan 20 °C tussen 4 uur 's ochtends en 8 uur 's avonds.

**c** De temperatuur is die dag gedurende 8 uur lager dan 20 °C. Dat is $8 \times 60 = 480$ minuten.

**9** **a** $\underbrace{x^2 + 3x}_{f(x)} > 0$

$f(x) = 0$
$x^2 + 3x = 0$
$x(x + 3) = 0$

$x = 0 \vee x = -3$


$f(x) > 0$ geeft $x < -3 \vee x > 0$

**b** $\underbrace{-x^2 + 2x + 3}_{g(x)} > 0$

$g(x) = 0$
$-x^2 + 2x + 3 = 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x + 1)(x - 3) = 0$
$x = -1 \vee x = 3$


$g(x) > 0$ geeft $-1 < x < 3$

**c** $\underbrace{\tfrac{1}{3}(x - 1)(x + 3)}_{h(x)} > 0$

$h(x) = 0$
$\tfrac{1}{3}(x - 1)(x + 3) = 0$
$x = 1 \vee x = -3$


$h(x) > 0$ geeft $x < -3 \vee x > 1$

**d** $\underbrace{-\tfrac{1}{3}x(x - 2)}_{k(x)} < 0$

$k(x) = 0$
$-\tfrac{1}{3}x(x - 2) = 0$
$x = 0 \vee x = 2$


$k(x) > 0$ geeft $x < 0 \vee x > 2$

**10** **a** $h(x) > 0$ voor geen enkele $x$
**b** $h(x) < 0$ voor elke $x$
**c** $h(x) < 2$ voor elke $x$
**d** $k(x) < 0$ voor $x \neq 0$
**e** $k(x) > 0$ voor geen enkele $x$
**f** $k(x) < 2$ voor elke $x$
**g** $l(x) > 0$ voor $x \neq 3$
**h** $l(x) < 0$ voor geen enkele $x$
**i** $l(x) > -3$ voor elke $x$
**j** $m(x) > 0$ voor elke $x$
**k** $m(x) < 0$ voor geen enkele $x$
**l** $m(x) < -3$ voor geen enkele $x$

**11** **a** $x^2 < 16$ geeft $-4 < x < 4$
**b** $x^2 > 81$ geeft $x < -9 \vee x > 9$
**c** $x^2 < -100$ voor geen enkele $x$
**d** $x^2 > 24$
$x < -\sqrt{24} \vee x > \sqrt{24}$
$x < -2\sqrt{6} \vee x > 2\sqrt{6}$
**e** $x^2 < \frac{1}{36}$
$-\frac{1}{6} < x < \frac{1}{6}$
**f** $x^2 > -2$ voor elke $x$

**12** **a** $f(x) = 2x^2 - 12x - 8$, dus $a = 2$ en $b = -12$.
$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3$$
$x_{top} = 3$ geeft $y_{top} = f(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 - 8 = 18 - 36 - 8 = -26$
De top is het punt $(3, -26)$.
**b** $g(x) = -0{,}3x^2 + 6x - 5{,}2$, dus $a = -0{,}3$ en $b = 6$.
$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -0{,}3} = 10$$
$x_{top} = 10$ geeft $y_{top} = g(10) = -0{,}3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 - 5{,}2 = 24{,}8$
De top is het punt $(10; 24{,}8)$.
**c** $h(x) = -0{,}1x^2 + 11x$, dus $a = -0{,}1$ en $b = 11$.
$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{11}{2 \cdot -0{,}1} = 55$$
$x_{top} = 55$ geeft $y_{top} = h(55) = -0{,}1 \cdot 55^2 + 11 \cdot 55 = 302{,}5$
De top is het punt $(55; 302{,}5)$.
**d** $k(x) = 18x^2 + 9x - 16$, dus $a = 18$ en $b = 9$.
$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{9}{2 \cdot 18} = -0{,}25$$
$x_{top} = -0{,}25$ geeft $y_{top} = k(-0{,}25) = 18 \cdot (-0{,}25)^2 + 9 \cdot -0{,}25 - 16 = -17{,}125$
De top is het punt $(-0{,}25; -17{,}125)$.



**13** **a** $f(x) = 3(x - 2)^2 - 1$
De top is het punt $(2, -1)$.
**b** $g(x) = -4(x + 8)^2 + 3$
De top is het punt $(-8, 3)$.
**c** $h(x) = \frac{1}{3}(x - 7)(x + 5)$
$$x_{top} = \frac{7 + -5}{2} = 1 \text{ en } y_{top} = h(1) = \tfrac{1}{3}(1 - 7)(1 + 5) = \tfrac{1}{3} \cdot -6 \cdot 6 = -12$$
De top is het punt $(1, -12)$.
**d** $k(x) = -(x + 2)(x + 6)$
$$x_{top} = \frac{-2 + -6}{2} = -4 \text{ en } y_{top} = k(-4) = -(-4 + 2)(-4 + 6) = -1 \cdot -2 \cdot 2 = 4$$
De top is het punt $(-4, 4)$.

**14** **a** $W = -0{,}6p^2 + 21{,}6p - 25$, dus $a = -0{,}6$ en $b = 21{,}6$.
$$p_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{21{,}6}{2 \cdot -0{,}6} = 18$$
Bij een prijs van € 18,- is de winst maximaal.
**b** $W_{top} = -0{,}6 \cdot 18^2 + 21{,}6 \cdot 18 - 25 = 169{,}4$
De maximale winst is € 169,40.

**15** **a** $f(a+3) = 2(a+3)^2 + 12(a+3) + 3$
$= 2(a^2 + 6a + 9) + 12a + 36 + 3$
$= 2a^2 + 12a + 18 + 12a + 36 + 3$
$= 2a^2 + 24a + 57$

**b** $f(3a) = 2(3a)^2 + 12 \cdot 3a + 3$
$= 2 \cdot 9a^2 + 36a + 3$
$= 18a^2 + 36a + 3$

**c** $f(a-2) = 2(a-2)^2 + 12(a-2) + 3$
$= 2(a^2 - 4a + 4) + 12a - 24 + 3$
$= 2a^2 - 8a + 8 + 12a - 24 + 3$
$= 2a^2 + 4a - 13$

**d** $f(-2a) = 2(-2a)^2 + 12 \cdot -2a + 3$
$= 2 \cdot 4a^2 - 24a + 3$
$= 8a^2 - 24a + 3$

**e** $f(8-a) = 2(8-a)^2 + 12(8-a) + 3$
$= 2(64 - 16a + a^2) + 96 - 12a + 3$
$= 128 - 32a + 2a^2 + 96 - 12a + 3$
$= 227 - 44a + 2a^2$

**f** $f(-a) = 2(-a)^2 + 12 \cdot -a + 3$
$= 2a^2 - 12a + 3$

**16** **a** $y_{top} = f(4p) = (4p)^2 - 8p \cdot 4p + 24p = 16p^2 - 32p^2 + 24p = -16p^2 + 24p$

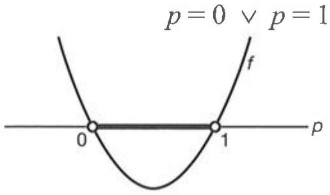
**b** $y_{top} = 8$ geeft $-16p^2 + 24p = 8$
$-16p^2 + 24p - 8 = 0$
$2p^2 - 3p + 1 = 0$
$a = 2$, $b = -3$ en $c = 1$, dus $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$.
$$p = \frac{3 - \sqrt{1}}{4} \vee p = \frac{3 + \sqrt{1}}{4}$$
$$p = \frac{3-1}{4} = \tfrac{1}{2} \vee p = \frac{3+1}{4} = 1$$

**c** Voor $p = \frac{1}{2} \vee p = 1$ is $y_{top} = 8$.

**17** **a** $g(x) = -x^2 + 12px - 36p$, dus $a = -1$ en $b = 12p$.
$$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12p}{2 \cdot -1} = 6p$$
$x_{top} = 6p$ geeft $y_{top} = g(6p) = -(6p)^2 + 12p \cdot 6p - 36p = -36p^2 + 72p^2 - 36p = 36p^2 - 36p$
$y_{top} = 72$ geeft $36p^2 - 36p = 72$
$36p^2 - 36p - 72 = 0$
$p^2 - p - 2 = 0$
$(p+1)(p-2) = 0$
$p = -1 \vee p = 2$

**b** $g(x) = -x^2 + 12px - 36p$, dus $a = -1$, $b = 12p$ en $c = -36p$.
$D = (12p)^2 - 4 \cdot -1 \cdot -36p = 144p^2 - 144p$

**c** Geheel onder de $x$-as als $D < 0$.
$\underbrace{144p^2 - 144p}_{f(p)} < 0$
$f(p) = 0$ geeft $144p^2 - 144p = 0$
$144p(p-1) = 0$
$p = 0 \vee p = 1$




$D < 0$ geeft $0 < p < 1$
Dus de grafiek van $g$ ligt geheel onder de $x$-as als je voor $p$ een getal tussen 0 en 1 kiest.

# Extra

## bladzijde 93

**1** *

**2** *

**3** *

## bladzijde 94

**4** *

**5** *

**6** *

# Algemene vaardigheden

## bladzijde 95

**1** *

**2** De kwadratuur van een cirkel gaat over de vraag of het mogelijk is om alleen met behulp van passer en liniaal in een eindig aantal stappen een vierkant te construeren met exact dezelfde oppervlakte als de oppervlakte van een gegeven cirkel. In 1882 werd bewezen dat dit vraagstuk onoplosbaar is.

**3** **a** Het aantal letters van elk woord komt overeen met het betreffende cijfer in de decimale cijferreeks van pi.

| woord | aantal letters |
|---|---|
| Eva | 3 |
| o | 1 |
| lief | 4 |
| o | 1 |
| zoete | 5 |
| hartedief | 9 |
| uw | 2 |
| blauwe | 6 |
| oogen | 5 |
| zyn | 3 |
| wreed | 5 |
| bedrogen | 8 |

Dus $\pi \approx 3{,}14159265358$.

**b,c** *

**4** Laat een naald met lengte $l$ willekeurig vallen op een reeks evenwijdige lijnen met onderlinge afstand $l$ van elkaar. De naald kan al dan niet een lijn kruisen, dat wil zeggen over een lijn heen vallen (= hit).
De verhouding tussen het totale aantal gegooide naalden en het aantal hits bepaalt pi.

**5** cirkel met straal $r$ — hoek $360° = 2\pi$ rad

omtrek $= 2\pi r$

oppervlakte $= \pi r^2$

ellips met halve assen $a$ en $b$ — oppervlakte $= \pi ab$

bol met straal $r$ — oppervlakte $= 4\pi r^2$

inhoud $= \frac{4}{3}\pi r^3$

cilinder met straal $r$ en hoogte $h$ — inhoud $= \pi r^2 h$

oppervlakte $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

kegel met grondvlakstraal $r$ en hoogte $h$ — inhoud $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

oppervlakte $= \pi r(r + \sqrt{h^2 + r^2})$

$\pi = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ...)$

$$\pi = 2 \times \frac{2^2}{1 \times 3} \times \frac{4^2}{3 \times 5} \times \frac{6^2}{5 \times 7} \times ...$$

$$\pi = 8 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + ...\right)$$

**6** werkelijke oppervlakte $= \pi \cdot 10^2 = 314{,}15...$ cm$^2$

benaderde oppervlakte $= 3{,}14 \cdot 10^2 = 314$ cm$^2$

$$\frac{314 - 314{,}15...}{314{,}15...} \times 100\% \approx -0{,}051\%$$

Dus de door Rob berekende oppervlakte wijkt meer dan 0,05% af van de werkelijke oppervlakte.

**7** *

# 8 Allerlei verbanden

## **Voorkennis** Lineaire formules en het verschuiven van grafieken

bladzijde 98

**1** Lijn $l$

1 Stel $l$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, 2)$, dus $b = 2$.
3 Gebruik $(1, 3)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1}{1} = 1$$
4 Dus $l$: $y = x + 2$.

Lijn $m$

1 Stel $m$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, 1)$, dus $b = 1$.
3 Gebruik $(2, -2)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{2} = -1\tfrac{1}{2}$$
4 Dus $m$: $y = -1\tfrac{1}{2}x + 1$.

Lijn $n$

1 Stel $n$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, 4)$, dus $b = 4$.
3 Gebruik $(3, 3)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{3} = -\tfrac{1}{3}$$
4 Dus $n$: $y = -\tfrac{1}{3}x + 4$.

**2** Lijn $p$

1 Stel $p$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, 3)$, dus $b = 3$.
3 Gebruik $(5, 1)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-2}{5} = -\tfrac{2}{5}$$
4 Dus $p$: $y = -\tfrac{2}{5}x + 3$.

Lijn $q$

1 Stel $q$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, -1\tfrac{1}{2})$, dus $b = -1\tfrac{1}{2}$.
3 Gebruik $(1, -1)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{\tfrac{1}{2}}{1} = \tfrac{1}{2}$$
4 Dus $q$: $y = \tfrac{1}{2}x - 1\tfrac{1}{2}$.

Lijn $r$

1 Stel $r$: $y = ax + b$.
2 Snijpunt met de $y$-as is $(0, 0)$, dus $b = 0$.
3 Gebruik $(1, -2)$.
$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-2}{1} = -2$$
4 Dus $r$: $y = -2x$.