



Examen bootcamp Wiskunde A HAVO 2020

Jan-andré Gerver

Dirk Kuiper

www.straightbijles.nl

straightbijles@gmail.com

STRAIGHTA BIJLES

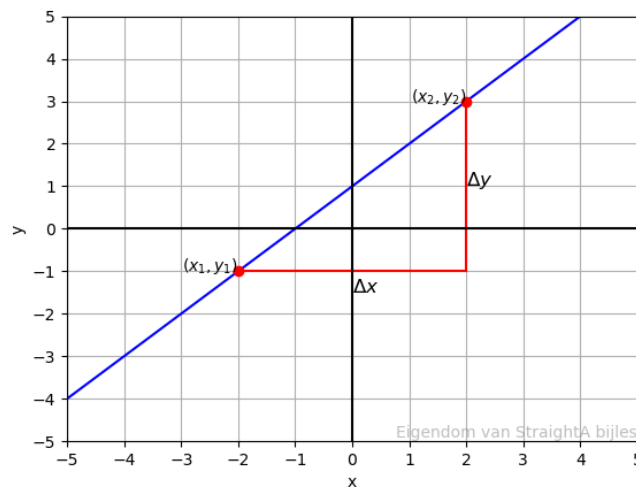
7 april 2020

Opstellen formule van een lijn

$$y = a \cdot x + b$$

$$\text{richtingscoëfficiënt } (a) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$b = y - ax$$



Figuur 1: In de figuur zie je twee punten waarmee je de formule van een rechte lijn kunt opstellen.

1 Breuk-vormen

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}$$

$$\frac{A}{B} + C = \frac{A+BC}{B}$$

$$A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$$

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{\frac{B}{C}} = \frac{A \cdot C}{B}$$

2 Wortelvormen

$$\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$$

3 Bijzondere producten

$$(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$$

4 Machten

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$\frac{1}{a^p} = a^{-p}$$

5 Vergelijkingen oplossen en formules herleiden

$$\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$$

$$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$$

6 Groeiformules

$$N = b \cdot g^t$$

Stel je meet de groei van een konijnen populatie. Op dit moment zijn er honderd konijnen. Gegeven is dat het aantal konijnen over acht jaar 35760 is. Wat is het aantal konijnen over dertien jaar als de groeifactor constant blijft?

$$b = 100$$

In acht jaar tijd is de populatie gegroeid naar 35760 konijnen. Dus de achtjarige groei is

$$g_{8jaar} = \frac{35760}{100}$$

Dan is de groei per jaar $g_{1jaar} = \left(\frac{35760}{100}\right)^{\frac{1}{8}}$ oftewel $g_{1jaar} = \sqrt[8]{\frac{35760}{100}} \approx 2,085$

$$N = 100 \cdot 2,085^t \text{ Met } t \text{ in jaren.}$$

7 Voorbeelden van veel voorkomende vragen

7.1 Schrijf als één breuk

$$t = \frac{5}{2a-1} + a + 1$$

1) Realiseer je dat je breuken alleen mag optellen en aftrekken als de noemers (onderkant van de breuk) gelijk zijn.

2) realiseer je dat elk getal als breuk is te schrijven. Eigenlijk staat er: $t = \frac{5}{2a-1} + \frac{a}{1} + \frac{1}{1}$

3) Maak de breuken gelijknamig door de noemers gelijk te maken. Je moet er dus voor zorgen dat in de breuken $\frac{a}{1}$ en $\frac{1}{1}$, $2a-1$ in de noemer komt te staan.

4) Dit doen we door de onderkant en de bovenkant te vermenigvuldigen met $2a-1$, nu staat er $t = \frac{5}{2a-1} + \frac{a}{1} \cdot \frac{2a-1}{2a-1} + \frac{1}{1} \cdot \frac{2a-1}{2a-1}$

Waarom mag dit?

$\frac{2a-1}{2a-1} = 1$, want iets gedeeld door zichzelf is altijd 1, denk maar aan $\frac{5}{5}$, $\frac{3465}{3465}$ of $\frac{a}{a}$. Dit is allemaal 1 en iets vermenigvuldigen met 1 mag altijd.

5) Herleid $\frac{a}{1} \cdot \frac{2a-1}{2a-1}$ en $\frac{1}{1} \cdot \frac{2a-1}{2a-1}$ tot enkele breuken: $\frac{a(2a-1)}{2a-1}$ en $\frac{1(2a-1)}{2a-1}$, maak hierbij gebruik van de eerder genoemde regel voor het vermenigvuldigen van breuken: $\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$

Nu staat het geheel in de vorm van $t = \frac{5}{2a-1} + \frac{a(2a-1)}{2a-1} + \frac{1(2a-1)}{2a-1}$ en hebben alle breuken dezelfde noemer en mogen we ze optellen.

6) Tel de tellers(bovenkant) van de breuken bij elkaar op tot: $t = \frac{5+a(2a-1)+1(2a-1)}{2a-1}$

7) Zo klein mogelijk schrijven/herleiden $t = \frac{5+2a^2-a+2a-1}{2a-1}$

$$t = \frac{2a^2+a+4}{2a-1}$$

7.2 Schrijf in de vorm...

Schrijf $P = \frac{24L-3}{5-6L}$ in de vorm L is.

1) De vraag is om de L uit de breuk te halen en dus iets in de vorm $L =$ te krijgen. Dat betekent dat alle P dus naar rechts moeten en alle L naar links. Dat doen we met *Kruislings vermenigvuldigen*. Weet nog dat er eigenlijk $\frac{P}{1} = \frac{24L-3}{5-6L}$ staat en dat geldt $\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$.

2) Kruislings vermenigvuldigen. $P(5 - 6L) = 1(24L - 3)$

3) Werk de haakjes uit. $5P - 6PL = 24L - 3$

4) Zet alles waar een L in staat links en de rest rechts. $-6PL - 24L = -5P - 3$

5) Nu moeten we zorgen dat enkel de L links overblijft. Dit doen we door de L buiten de haakjes te halen. $L(-6P - 24) = -5P - 3$.

6) De laatste stap is links dat vervelende $(-6P - 24)$ weg krijgen. Aangezien er $(-6P - 24)$ keer L staat kunnen we het omgekeerde doen van keer; delen. Dus we delen links door $(-6P - 24)$ en rechts van het is gelijk aan teken door $(-6P - 24)$. Dan krijg je: $L = \frac{-5P-3}{-6P-24}$.

7) Om hem nog wat mooier te krijgen kunnen we zien dat overal een min voor staat. Deze doen elkaar teniet en kunnen we dus weghalen. $L = \frac{5P+3}{6P+24}$. Om dit te checken kun je eens het getal 2 invullen voor P en kijken of uit beide formules hetzelfde antwoord komt.

7.3 Het combineren van meerde formules tot één

Soms kom je een opgave tegen waar je twee of drie formules moet herleiden of combineren tot één formule door middel van *substitutie* (het invullen van een formule bij een andere formule).

Combineer de formules $R = 3qy + 4qz + 8$, $q + z = 6$, en $y = 2q + 5$ zodat R is uitgedrukt in q .

1) Lees de vraag goed om te begrijpen in welke vorm de eind formule moet zijn. In dit geval moet je R uitdrukken in q en dus moeten we de vorm $R =$ krijgen. Verder mogen er rechts van het is gelijk aan teken alleen maar q 's staan.

2) Kijk welke formule de hoofdformule is en welke formules hulpformules zijn. De hoofdformule is de formule die al in de vorm van het juiste eind antwoord staat: $R = 3qy + 4qz + 8$, de andere formules zijn hulpformules.

3) Nu gaan we de hulpformules zodanig opschrijven dat we ze gemakkelijk bij elkaar of in de hoofdformule in kunnen vullen. Daarvoor kijken we in de hoofdformule welke letters er allemaal gegeven zijn. We hebben een q , y , en z . We weten dat de q 's moeten blijven staan en dus dat de y en z vervangen moeten worden door iets wat q 's bevat.

4) Herschrijven van de hulpformules zodat we ze in kunnen vullen in de hoofdformule. De formule $q + z = 6$ moeten we zodanig opschrijven dat als we hem invullen in de hoofdformule dat er enkel q 's overblijven: $z = 6 - q$. Dus als we nu $6 - q$ voor z invullen hebben we nog steeds alleen maar q 's in de hoofdformule. Hetzelfde doen we voor $y = 2q + 5$. Zoals je ziet staat deze al in de goede vorm (Check dat maar).

5) Invullen van de hulpformules in de hoofdformule. Dan krijgen we $R = 3q(2q + 5) + 4q(6 - q) + 8$

6) Uitwerken van de haakjes.

$$R = 3q(2q + 5) + 4q(6 - q) + 8$$

$$R = 6q^2 + 15q + 24q - 4q^2 + 8$$

$$\text{Dus } R = 2q^2 + 39q + 8$$

7.3.1 Probeer de volgende zelf eens:

Gegeven is $J = \frac{3k}{2k-1} \cdot (2l + 1)$ en $l = 3k - 1$. Druk J uit in J en schrijf als één breuk.

1) Merk op dat de formule voor J al in de juiste vorm staat en dat we alleen nog maar de b in de originele formule hoeven weg te werken

2) Merk ook op dat de hulpformule $l = 3k - 1$ al in de juiste vorm staat om ingevuld te worden in de hoofdformule, de l 's vervangen voor $3k - 1$ geeft ons in de hoofdformule nu $J = \frac{3k}{2k-1} \cdot (2(3k - 1) + 1)$

3) J uitdrukken in k is nu gelukt, alle l 's zijn weggewerkt, de volgende stap is de uitdrukking herschrijven als één breuk, hiervoor werken we eerst de haakjes die we kunnen wegwerken weg. $J = \frac{3k}{2k-1} \cdot (6k - 1)$

4) nu mogen we met de regel voor breukvormen dit herschrijven tot $J = \frac{3k \cdot (6k-1)}{2k-1}$ (gebruik $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C}$)

5) werk de haakjes weg bij de bovenkant van de breuk tot $J = \frac{18k^2 - 3k}{2k-1}$ en dan is de vraag opgelost! J is uitgedrukt in k en vervolgens herschreven als één breuk.

7.4 Het anders opschrijven van uitdrukkingen

Hoe zou je 100 op een andere manier kunnen schrijven?

Bijvoorbeeld: $100 \cdot 1$, 10^2 , 0.01^{-1} of $2 \cdot 50$. Zoals je ziet zijn er heel veel manieren waarop je het getal honderd kunt schrijven. Dit geldt ook voor bijvoorbeeld de rekenregels voor machten. Het is belangrijk dat je creatief kunt denken om verschillende manieren voor het oplossen van vragen.

Bijvoorbeeld $P = 100 \cdot (\frac{1}{10})^n$ is te schrijven als $P = 10^{2-n}$. Toon dit aan (1ste tijdvak 2019).

Schrijf op andere manieren:

a) $\frac{1}{a^{-2}}$

b) y^{12}

c) $30L^{-4}x^6$