UITWERKINGEN

GETAL& RUIMTE

3 VWO deel 2

TIENDE DRUK,
EERSTE OPLAGE, 2014

AUTEURS
L.A. Reichard
J.H. Dijkhuis
C.J. Admiraal
G.J. te Vaarwerk
J.A. Verbeek
G. de Jong
H.J. Houwing
J.D. Kuis
F. ten Klooster
S.K.A. de Waal
J. van Braak
J.H.M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M.L.M. van Maarseveen
R.D. Hiele

Noordhoff Uitgevers

Inhoud

Voor sommige opgaven is geen uitwerking opgenomen.
Deze opgaven zijn aangeduid met *.
Meestal is dit gedaan als er verschillende antwoorden mogelijk zijn.

6 Goniometrie

Voorkennis Kruisproducten en rechthoekige driehoeken

bladzijde 8

1 **a** $\frac{x}{9} = \frac{5}{7}$

$7 \cdot x = 9 \cdot 5$

$7x = 45$

$x = \frac{45}{7} = 6\frac{3}{7}$

b $\frac{3}{x} = \frac{2}{9}$

$2 \cdot x = 3 \cdot 9$

$2x = 27$

$x = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$

c $\frac{7}{x} = 1\frac{2}{3}$

$\frac{7}{x} = \frac{5}{3}$

$5 \cdot x = 3 \cdot 7$

$5x = 21$

$x = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$

2 **a** $\frac{x}{11} = 3$

$\frac{x}{11} = \frac{3}{1}$

$1 \cdot x = 3 \cdot 11$

$x = 33$

b $\frac{5}{x} = 9$

$\frac{5}{x} = \frac{9}{1}$

$9x = 5$

$x = \frac{5}{9}$

c $\frac{3{,}2}{x} = 1{,}6$

$\frac{3{,}2}{x} = \frac{1{,}6}{1}$

$1{,}6x = 3{,}2$

$x = \frac{3{,}2}{1{,}6} = 2$

3 **a** $\frac{x}{0{,}9} = 3$

$\frac{x}{0{,}9} = \frac{3}{1}$

$1 \cdot x = 3 \cdot 0{,}9$

$x = 2{,}7$

b $\frac{0{,}9}{x} = 3$

$\frac{0{,}9}{x} = \frac{3}{1}$

$3x = 0{,}9$

$x = \frac{0{,}9}{3} = 0{,}3$

c $50 = \frac{x}{82}$

$\frac{50}{1} = \frac{x}{82}$

$1 \cdot x = 82 \cdot 50$

$x = 4100$

bladzijde 9

4 **a** LM
b LN
c LN
d KN

5 **a** BC
b AE
c DE
d AD

6 $\angle B = 90°$, dus $CD^2 = BC^2 + BD^2$

$CD^2 = 1{,}5^2 + 2{,}9^2$

$CD^2 = 10{,}66$

$CD = \sqrt{10{,}66} \approx 3{,}26$

$\angle B = 90°$, dus $AD^2 = AB^2 + BD^2$

$AD^2 = 5{,}7^2 + 2{,}9^2$

$AD^2 = 40{,}9$

$AD = \sqrt{40{,}9} \approx 6{,}40$

$\angle E = 90°$, dus $AE^2 + EF^2 = AF^2$

$2{,}9^2 + EF^2 = 3{,}1^2$

$8{,}41 + EF^2 = 9{,}61$

$EF^2 = 1{,}2$

$EF = \sqrt{1{,}2} \approx 1{,}10$

6.1 Hellingsgetal en tangens

bladzijde 10

1 **a** $\frac{3}{x} = \frac{4}{5}$

$4x = 15$

$x = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

b $\frac{x}{3} = 5$

$\frac{x}{3} = \frac{5}{1}$

$x = 15$

c $\frac{5}{x} = 4$

$\frac{5}{x} = \frac{4}{1}$

$4x = 5$

$x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

2 **a** $\frac{x}{a} = b$ geeft $\frac{x}{a} = \frac{b}{1}$, dus $1 \cdot x = a \cdot b$, dus $x = ab$.

b $\frac{a}{x} = b$ geeft $\frac{a}{x} = \frac{b}{1}$, dus $b \cdot x = a \cdot 1$, dus $x = \frac{a}{b}$.

bladzijde 11

3 **a** $\frac{x}{16{,}9} = 21{,}3$ geeft $x = 16{,}9 \cdot 21{,}3 = 359{,}97$

b $\frac{16{,}9}{x} = 21{,}3$ geeft $x = \frac{16{,}9}{21{,}3} \approx 0{,}79$

c $9{,}8 = \frac{1}{x}$ geeft $x = \frac{1}{9{,}8} \approx 0{,}10$

4 **a** $0{,}18 = \frac{2}{p}$ geeft $p = \frac{2}{0{,}18} \approx 11$

b $\frac{q}{280} = 0{,}12$ geeft $q = 280 \cdot 0{,}12 \approx 34$

c $0{,}376 = \frac{3200}{r}$ geeft $r = \frac{3200}{0{,}376} \approx 8511$

5 **a** C en D liggen op 200 meter hoogte, G ligt op 400 meter hoogte.

b De grootste hoogte die op de kaart voorkomt is ongeveer 575 meter.

c Dat pad stijgt $400 - 250 = 150$ meter.

d Alle drie de paden stijgen 200 meter.
Meten geeft $AB = 2{,}4$ cm, $EF = 3{,}6$ cm en $PQ = 2{,}8$ cm. Dus AB stijgt 200 meter over een kortere afstand dan EF en dan PQ.
Dus ik ben het met Ferdinand eens.

bladzijde 12

6 a hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{54}{305} \approx 0{,}18$

b hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}37 = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{300}$

verticale verplaatsing $= 300 \cdot 0{,}37 = 111$

c hellingspercentage = 27%, dus hellingsgetal = 0,27.

hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}27 = \frac{112}{\text{horizontale verplaatsing}}$

horizontale verplaatsing $= \frac{112}{0{,}27} \approx 414{,}81$

7 hellingspercentage = 16%, dus hellingsgetal = 0,16.

hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}16 = \frac{29{,}6}{\text{horizontale verplaatsing}}$

horizontale verplaatsing $= \frac{29{,}6}{0{,}16} = 185$ meter

8 hellingspercentage = 142%, dus hellingsgetal = 1,42.

$$\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \text{ geeft } 1{,}42 = \frac{177{,}5}{\text{horizontale verplaatsing}}$$

$$\text{horizontale verplaatsing} = \frac{177{,}5}{1{,}42} = 125 \text{ meter}$$

bladzijde 13

9 hellingspercentage = 8%, dus hellingsgetal = 0,08.

$$\text{hoogte} = 15 \text{ cm, dus hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \text{ geeft}$$

$$0{,}08 = \frac{15}{\text{horizontale verplaatsing}}.$$

$$\text{horizontale verplaatsing} = \frac{15}{0{,}08} = 187{,}5 \text{ cm}$$

De maximale lengte van de verkeersdrempel is $3{,}5 + 2 \cdot 1{,}875 \approx 7{,}3$ meter.

hellingspercentage = 12%, dus hellingsgetal = 0,12.

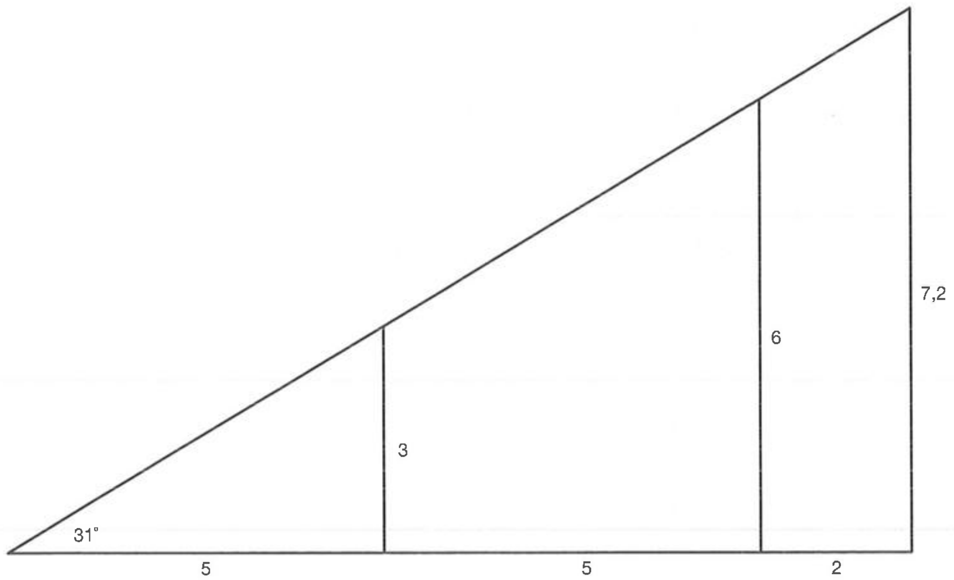
$$\text{hoogte} = 10 \text{ cm, dus hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \text{ geeft}$$

$$0{,}12 = \frac{10}{\text{horizontale verplaatsing}}$$

$$\text{horizontale verplaatsing} = \frac{10}{0{,}12} \approx 83{,}3 \text{ cm}$$

De minimale lengte van de verkeersdrempel is $3{,}5 + 2 \cdot 0{,}83 \approx 5{,}2$ meter.

10 a



$$\text{verticale verplaatsing} = 3 \text{ cm geeft hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

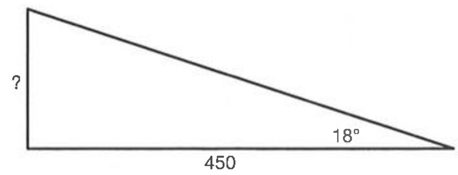
b $$\text{verticale verplaatsing} = 6 \text{ cm geeft hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

c $$\text{verticale verplaatsing} = 7{,}2 \text{ cm geeft hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{7{,}2}{12} = 0{,}6$$

bladzijde 14

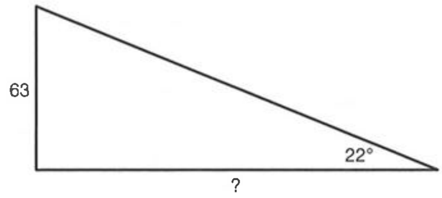
11 **a** $\tan(18°) = \dfrac{\text{verticaal}}{450}$ geeft

verticaal $= 450 \cdot \tan(18°) \approx 146{,}2$ meter



b $\tan(22°) = \dfrac{63}{\text{horizontaal}}$ geeft

horizontaal $= \dfrac{63}{\tan(22°)} \approx 156$ meter



12 **a** De zijde AC is de verticale verplaatsing.
De zijde AB is de horizontale verplaatsing.

b $\tan(22°) = \dfrac{\text{verticaal}}{4{,}5}$, dus $\tan(22°) = \dfrac{AC}{4{,}5}$.

$AC = 4{,}5 \cdot \tan(22°) \approx 1{,}82$ cm

c $BC^2 = 4{,}5^2 + 1{,}818\ldots^2 = 23{,}55\ldots$

$BC = \sqrt{23{,}55\ldots} \approx 4{,}9$ cm

13 **a** $\tan(15°) = \dfrac{\text{verticaal}}{98}$ geeft $\tan(15°) = \dfrac{BC}{98}$

$BC = 98 \cdot \tan(15°) \approx 26{,}30$ meter

b $AC^2 = 98^2 + 26{,}25\ldots^2 = 10293,\ldots$

$AC = \sqrt{10293,\ldots} \approx 101{,}5$ meter

c De oppervlakte van de piste is $24 \cdot 101{,}45\ldots \approx 2435\ \text{m}^2$.

bladzijde 15

14 $\tan(70°) = \dfrac{\text{verticaal}}{16{,}75}$ geeft $\tan(70°) = \dfrac{BC}{16{,}75}$

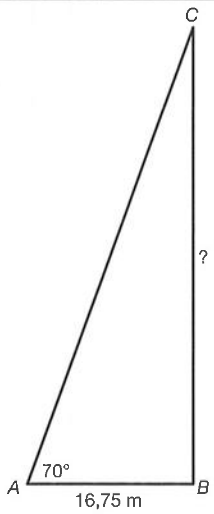
$BC = 16{,}75 \cdot \tan(70°) = 46{,}02\ldots$ meter

$AC^2 = 16{,}75^2 + 46{,}02\ldots^2 = 2398,\ldots$

$AC = \sqrt{2398,\ldots} = 48{,}97\ldots$ meter

De snelheid is $\dfrac{48{,}97\ldots}{44} = 1{,}11\ldots$ meter per seconde.

Dat is $3{,}6 \cdot 1{,}11\ldots \approx 4{,}0$ km per uur.



15 **a** hellingshoek $\approx 35°$
b hellingshoek $\approx 11°$
c hellingshoek $= 45°$
d hellingshoek $\approx 6°$

bladzijde 16

16 **a** $\tan(\angle A) = \frac{17}{9}$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(\frac{17}{9}) \approx 62{,}1°$
b $\tan(\angle A) = 0{,}821$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(0{,}821) \approx 39{,}4°$
c $\tan(\angle A) = 9{,}6$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(9{,}6) \approx 84{,}1°$
d $\tan(\angle A) = 1$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(1) = 45°$
e $\tan(\angle A) = \sqrt{7}$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(\sqrt{7}) \approx 69{,}3°$
f $\tan(\angle A) = 1\frac{3}{7}$ geeft $\angle A = \tan^{-1}(1\frac{3}{7}) \approx 55{,}0°$

17 $\tan(\angle A) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \dfrac{22}{40}$, dus $\angle A = \tan^{-1}\left(\dfrac{22}{40}\right) \approx 28{,}8°$.

$\tan(\angle B) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \dfrac{29}{39}$, dus $\angle B = \tan^{-1}\left(\dfrac{29}{39}\right) \approx 36{,}6°$.

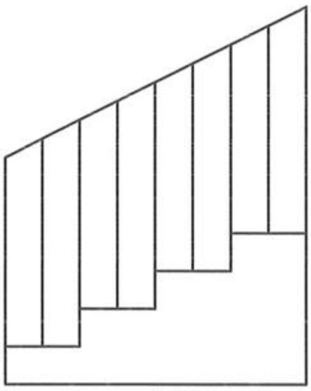
$\tan(\angle C) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \dfrac{36}{28}$, dus $\angle C = \tan^{-1}\left(\dfrac{36}{28}\right) \approx 52{,}1°$.

hellingspercentage $= 18\%$, dus hellingsgetal $= 0{,}18$, dus $\angle D = \tan^{-1}(0{,}18) \approx 10{,}2°$.

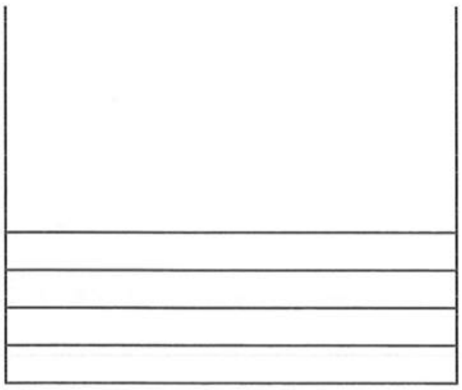
18 a hellingsgetal = tan(23°) ≈ 0,42, dus hellingspercentage ≈ 42%.
Dus deze pistybully is geschikt voor een helling van 23°.
b hellingspercentage = 50%, dus hellingsgetal = 0,5.
hellingshoek = $\tan^{-1}(0{,}5) \approx 26{,}6°$
Dus de maximale hellingshoek die deze pistebully aan kan is ongeveer 26,6°.

19 a De verticale verplaatsing is 3218 − 2489 = 729 meter.
Meten geeft $AB = 3{,}7$ cm, dat is in werkelijkheid 20 000 · 3,7 = 74 000 cm.
Dus de horizontale verplaatsing is 740 meter.
$\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \dfrac{729}{740}$, dus hellingshoek $= \tan^{-1}\left(\dfrac{729}{740}\right) \approx 44{,}6°$.
b $AB^2 = 740^2 + 729^2 = 1\,079\,041$
$AB = \sqrt{1\,079\,041} \approx 1039$ meter
c Het stoeltje legt 2 · 1038,76... = 2077,53... meter af met een snelheid van 4,5 km/uur ofwel 4500 m/uur.
Het stoeltje is na $\dfrac{2077{,}53\ldots}{4500} \cdot 60 \approx 28$ minuten terug in A.

20 a



zij



voor

b horizontaal = 4 · 30 = 120 cm
verticaal = 4 · 15 = 60 cm
$\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \dfrac{60}{120}$, dus hellingshoek $= \tan^{-1}\left(\dfrac{60}{120}\right) \approx 26{,}6°$.
c $\text{lengte}^2 = 120^2 + 60^2 = 18\,000$
lengte $= \sqrt{18\,000} \approx 134{,}2$ cm
d Het hellingsgetal is $\dfrac{60}{120} = \dfrac{1}{2}$, dus ga je 2 horizontaal dan ga je 1 verticaal.
En als je 15 horizontaal gaat, dan ga je dus 7,5 verticaal.
De acht spijlen op de middens van de treden zijn dus 75 + 7,5 = 82,5 cm lang.
Er zijn 8 spijlen van 75 cm, 8 spijlen van 82,5 cm en 2 spijlen van 90 cm.
De totale lengte is 8 · 75 + 8 · 82,5 + 2 · 90 = 1440 cm = 14,4 m.
De prijs van de trapspijlen is 14,4 · 12 = 172,80 euro.

6.2 Berekeningen met de tangens

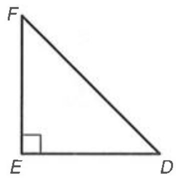
bladzijde 18

21 **a** De hellingshoek is 32°.

b $\tan(32°) = \frac{\text{verticaal}}{6}$ geeft $\tan(32°) = \frac{AC}{6}$

$AC = 6 \cdot \tan(32°) \approx 3{,}75$ cm

bladzijde 19



22 **a** $\tan(\angle D) = \frac{EF}{DE}$

b $\tan(\angle F) = \frac{DE}{EF}$

23 **a** $\angle A$ is een scherpe hoek van $\triangle ACD$.

$\tan(\angle A) = \frac{CD}{AD}$

b $\tan(\angle B) = \frac{CD}{BD}$

$\tan(\angle C_1) = \frac{AD}{CD}$

$\tan(\angle C_2) = \frac{BD}{CD}$

24 **a** $\tan(\angle C) = \frac{AB}{AC} = \frac{4{,}1}{5{,}3}$

$\angle C = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}1}{5{,}3}\right) \approx 37{,}7°$

$\angle B \approx 180° - 90° - 37{,}7° = 52{,}3°$ (hoekensom driehoek)

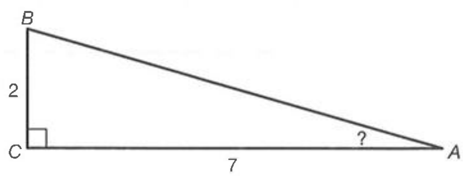
b $\tan(\angle R_1) = \frac{QS}{RS} = \frac{1{,}4}{4{,}1}$

$\angle R_1 = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}4}{4{,}1}\right) = 18{,}85\ldots°$

$\tan(\angle R_2) = \frac{PS}{RS} = \frac{5{,}4}{4{,}1}$

$\angle R_2 = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}4}{4{,}1}\right) = 52{,}79\ \ldots°$

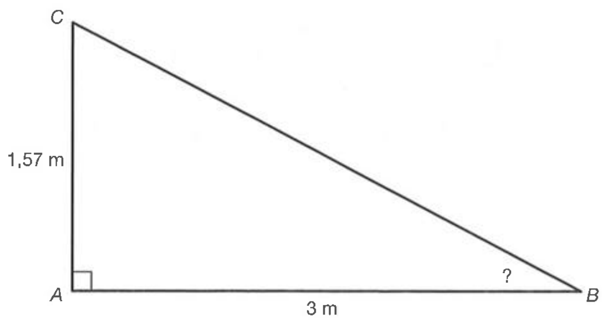
Dus $\angle R_{12} = 18{,}85°\ldots + 52{,}79\ldots° \approx 71{,}6°$.



25 $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{7}$

$\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) \approx 15{,}9°$

$\angle B \approx 180° - 90° - 15{,}9° = 74{,}1°$ (hoekensom driehoek)



26 $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB} = \frac{1{,}57}{3}$

$\angle B = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}57}{3}\right) \approx 27{,}6°$

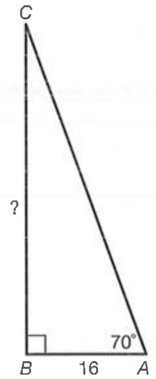
De zonnestralen maken een hoek van 27,6° met de grond.

bladzijde 20

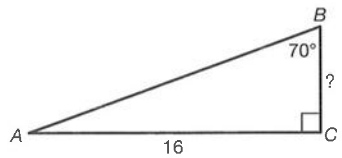
27 $\tan(\angle A_1)$ kaartje 6, kaartje 12 en kaartje 17
$\tan(\angle A_2)$ kaartje 4 en kaartje 18
$\tan(\angle B_1)$ kaartje 2, kaartje 9 en kaartje 13
$\tan(\angle B_2)$ kaartje 5 en kaartje 8
$\tan(\angle C)$ kaartje 7, kaartje 11 en kaartje 15
$\tan(\angle D)$ kaartje 3, kaartje 10 en kaartje 16
$\tan(\angle E_2)$ kaartje 1
$\tan(\angle E_4)$ kaartje 14

bladzijde 21

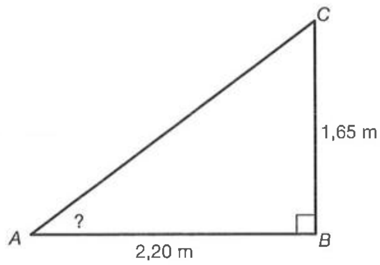
28 $\tan(\angle A) = \dfrac{BC}{AB}$ geeft $\tan(70°) = \dfrac{BC}{16}$
$BC = 16\tan(70°) \approx 44{,}0$



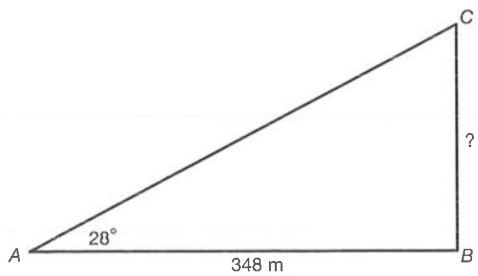
29 $\tan(\angle B) = \dfrac{AC}{BC}$ geeft $\tan(70°) = \dfrac{16}{BC}$
$BC = \dfrac{16}{\tan(70°)} \approx 5{,}8$



30 **a** $\tan(\angle A) = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{1{,}65}{2{,}20}$
$\angle A = \tan^{-1}\left(\dfrac{1{,}65}{2{,}20}\right) \approx 36{,}9°$



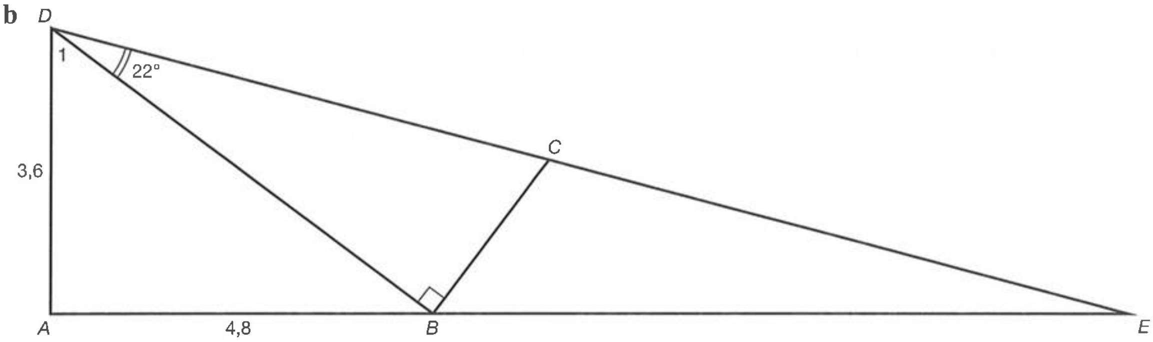
b $\tan(\angle A) = \dfrac{BC}{AB}$ geeft $\tan(28°) = \dfrac{BC}{348}$
$BC = 348\tan(28°) \approx 185$
Dus de hoogte van de Euromast is 185 meter.



31 $\tan(\angle A) = \dfrac{BC}{AB}$ geeft $\tan(41°) = \dfrac{BC}{10}$
$BC = 10\tan(41°) \approx 8{,}69$
Dus de hoogte van de boom is $1{,}65 + 8{,}69 \approx 10{,}3$ meter.

32 **a** $BD^2 = AB^2 + AD^2$
$BD^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 36$
$BD = \sqrt{36} = 6$
In $\triangle BCD$ is $\tan(\angle D) = \frac{BC}{BD}$, dus $\tan(22°) = \frac{BC}{6}$.
Dit geeft $BC = 6\tan(22°) = 2{,}42... \approx 2{,}4$.
$CD^2 = BC^2 + BD^2$
$CD^2 = 6^2 + 2{,}42...^2 = 41{,}87...$
$CD = \sqrt{41{,}87...} \approx 6{,}5$

b



$\tan(\angle D_1) = \frac{AB}{AD} = \frac{4{,}8}{3{,}6}$, dus $\angle D_1 = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}8}{3{,}6}\right) = 53{,}1...°$

In $\triangle AED$ is $\angle D = 22° + 53{,}1...° = 75{,}1...°$ en $\tan(\angle D) = \frac{AE}{AD}$.

Dit geeft $\tan(75{,}1...°) = \frac{AE}{3{,}6}$, dus $AE = 3{,}6\tan(75{,}1...°) \approx 13{,}6$.

33 $\tan(\angle A) = \frac{BF}{AB}$ geeft $\tan(18°) = \frac{7}{AB}$, dus $AB = \frac{7}{\tan(18°)} = 21{,}5...$
Van EF is het hellingspercentage 4%.
Dat betekent: ga je 100 horizontaal, dan ga je 4 verticaal.
Van E naar F ga je $8 - 7 = 1$ verticaal, dus $\frac{100}{4} = 25$ horizontaal.
Dus $BC = 25$ meter.
$CD = 55 - 25 - 21{,}5... = 8{,}4...$
$\tan(\angle D) = \frac{CE}{CD} = \frac{8}{8{,}4...}$, dus $\angle D = \tan^{-1}\left(\frac{8}{8{,}4...}\right) \approx 43{,}4°$.

6.3 Sinus en hellingen

bladzijde 22

34 **a** De gemeten lengte van het parcours is ongeveer 5,0 cm.
Dit geeft $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}} = \frac{3}{5{,}0} = 0{,}6$.

b De gemeten lengte van het parcours is ongeveer 6,6 cm.
Dit geeft $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}} = \frac{4}{6{,}6} \approx 0{,}6$.

bladzijde 23

35 $\sin(\angle A) = \frac{2{,}1}{3{,}8}$, dus $\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{2{,}1}{3{,}8}\right) \approx 33{,}5°$.

$\sin(\angle B) = \frac{0{,}7}{3{,}7}$, dus $\angle B = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}7}{3{,}7}\right) \approx 10{,}9°$.

$\sin(\angle C) = \frac{2{,}6}{3{,}3}$, dus $\angle C = \sin^{-1}\left(\frac{2{,}6}{3{,}3}\right) \approx 52{,}0°$.

36 $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{350}{2200}$, dus hellingshoek $= \sin^{-1}\left(\frac{350}{2200}\right) \approx 9{,}2°$.

37 $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticaal}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(38°) = \frac{352}{\text{lengte parcours}}$

lengte parcours $= \frac{352}{\sin(38°)} \approx 572$ meter

38 $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticaal}}{\text{lengte touw}}$ geeft $\sin(43°) = \frac{\text{verticaal}}{180}$
verticaal $= 180\sin(43°) \approx 123$
Dus de hoogte van de vlieger is $123 + 1 = 124$ meter.

39 $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticaal}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(35°) = \frac{43}{\text{lengte parcours}}$

lengte parcours $= \frac{43}{\sin(35°)} = 74{,}96...$ meter

Het karretje doet er $\frac{74{,}96...}{2{,}8} \approx 26{,}8$ seconde over.

6.4 Goniometrische verhoudingen

bladzijde 24

40 **a** $\sin(\angle A) = \frac{3}{5}$, dus $\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 36{,}9°$.
b $\cos(36{,}9) \approx 0{,}8$
Je hebt de verhouding $\frac{AB}{AC}$ berekend, immers $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

bladzijde 25

41 **a** $\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC}$
b $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$
c $\sin(\angle C) = \frac{AB}{AC}$
d $\cos(\angle C) = \frac{BC}{AC}$

42 **a** $\sin(\angle C) = \frac{AD}{AC}$
b $\cos(\angle B) = \frac{BD}{AB}$
c $\tan(\angle A_1) = \frac{BD}{AD}$
d $\sin(\angle A_2) = \frac{CD}{AC}$
e $\cos(\angle C) = \frac{CD}{AC}$
f $\tan(\angle B) = \frac{AD}{BD}$

bladzijde 26

43

$\sin(\angle A)$	kaartje 3 en kaartje 7
$\cos(\angle C)$	kaartje 1, kaartje 4 en kaartje 7
$\tan(\angle F_4)$	kaartje 6
$\tan(\angle B_1)$	kaartje 5 en kaartje 8
$\sin(\angle B_2)$	kaartje 1 en kaartje 9
$\cos(\angle F_2)$	geen kaartje

44 **a** $\sin(\angle A) = 0{,}02$, dus $\angle A = \sin^{-1}(0{,}02) \approx 1{,}1°$.
b $\cos(\angle A) = 0{,}98$, dus $\angle A = \cos^{-1}(0{,}98) \approx 11{,}5°$.

45 **a** BC is de aanliggende rechthoekszijde van $\angle B$.
AB is de schuine zijde van $\triangle ABC$.
b $\cos(\angle B) = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{9}$, dus $\angle B = \cos^{-1}\left(\frac{7}{9}\right) \approx 38{,}9°$.

46 **a** $\cos(\angle A) = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{4}{5}$, dus $\angle A = \cos^{-1}\left(\dfrac{4}{5}\right) \approx 36{,}9°$.

b $\tan(\angle F_1) = \dfrac{DG}{FG} = \dfrac{2}{5}$, dus $\angle F_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{2}{5}\right) \approx 21{,}8°$.

$\cos(\angle F_2) = \dfrac{FG}{EF} = \dfrac{5}{9}$, dus $\angle F_2 = \cos^{-1}\left(\dfrac{5}{9}\right) \approx 56{,}3°$.

c $\tan(\angle L_1) = \dfrac{KM}{KL} = \dfrac{6}{3}$, dus $\angle L_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{6}{3}\right) \approx 63{,}4°$.

$\sin(\angle N) = \dfrac{KL}{LN} = \dfrac{3}{4}$, dus $\angle N = \sin^{-1}\left(\dfrac{3}{4}\right) \approx 48{,}6°$.

bladzijde 27

47 **a** Je gebruikt $\sin(\angle B)$ om AC te berekenen.

b $\sin(\angle B) = \dfrac{AC}{BC}$ geeft $\sin(29°) = \dfrac{AC}{7}$

$AC = 7\sin(29°) \approx 3{,}39$

bladzijde 28

48 **a** $\sin(\angle D) = \dfrac{EF}{DE}$ geeft $\sin(56°) = \dfrac{EF}{4{,}2}$

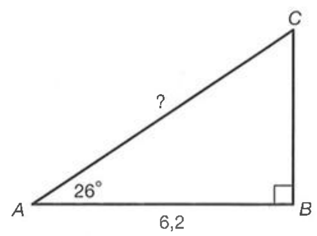
$EF = 4{,}2\ \sin(56°) = 3{,}48... \approx 3{,}48$

b
- met de stelling van Pythagoras
  $DF^2 + EF^2 = DE^2$
  $DF^2 + 3{,}48...^2 = 4{,}2^2$
  $DF^2 + 12{,}12... = 17{,}64$
  $DF^2 = 17{,}64 - 12{,}12... = 5{,}51...$
  $DF = \sqrt{5{,}51...} \approx 2{,}35$
- met $\cos(\angle D)$
  $\cos(\angle D) = \dfrac{DF}{DE}$ geeft $\cos(56°) = \dfrac{DF}{4{,}2}$
  $DF = 4{,}2\ \cos(56°) \approx 2{,}35$

c Met $\cos(\angle D)$, want dat geeft minder rekenwerk.

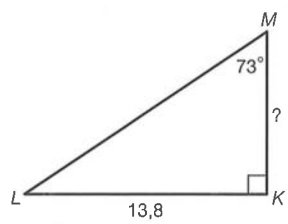
49 $\cos(\angle A) = \dfrac{AB}{AC}$ geeft $\cos(26°) = \dfrac{6{,}2}{AC}$

$AC = \dfrac{6{,}2}{\cos(26°)} \approx 6{,}90$



50 $\tan(\angle M) = \dfrac{KL}{KM}$ geeft $\tan(73°) = \dfrac{13{,}8}{KM}$

$KM = \dfrac{13{,}8}{\tan(73°)} \approx 4{,}22$



51 **a** $\sin(\angle C_1) = \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{2}{6}$, dus $\angle C_1 = \sin^{-1}\left(\dfrac{2}{6}\right) \approx 19{,}5°$.

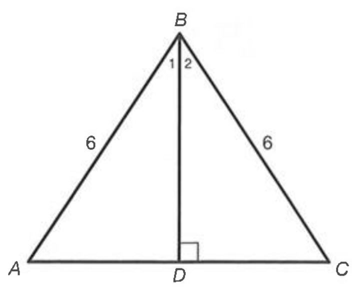
b Omdat $\angle C_{12} = 2\angle C_1 = 2\sin^{-1}\left(\dfrac{2}{6}\right) \approx 38{,}9°$.

c $\angle A \approx 180° - 90° - 19{,}5° = 70{,}5°$ (hoekensom driehoek)
$\angle B = \angle A \approx 70{,}5°$ (gelijkbenige driehoek)

52 $\angle B_1 = \angle B_2 = 70° : 2 = 35°$

$\sin(\angle B_1) = \dfrac{AD}{AB}$ geeft $\sin(35°) = \dfrac{AD}{6}$

$AD = 6\sin(35°) = 3{,}44...$
Dus $AC = 2 \cdot 3{,}44... \approx 6{,}88$.



53 In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB}$, dus $\tan(28°) = \frac{5}{AB}$.

Dus $AB = \frac{5}{\tan(28°)} \approx 9{,}40$.

In $\triangle ABD$ is $\angle A = 180° - 90° - 28° = 62°$ (hoekensom driehoek).

In $\triangle ACD$ is $\angle A = 90° - 62° = 28°$ (rechte hoek).

In $\triangle ACD$ is $\cos(\angle A) = \frac{AD}{AC}$, dus $\cos(28°) = \frac{AD}{5}$.

Dus $AD = 5\cos(28°) \approx 4{,}41$.

In $\triangle ACD$ is $\sin(\angle A) = \frac{CD}{AC}$, dus $\sin(28°) = \frac{CD}{5}$.

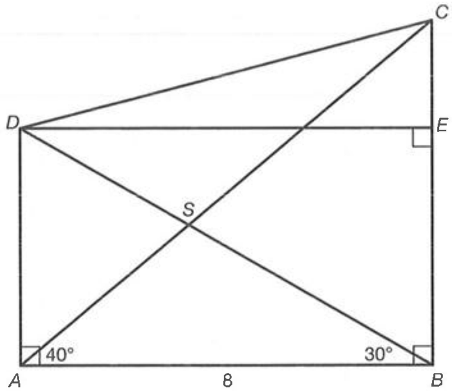
Dus $CD = 5\sin(28°) \approx 2{,}35$.

54 In $\triangle BCD$ is $\tan(\angle B) = \frac{CD}{BC}$, dus $\tan(42°) = \frac{5}{BC}$ en dit geeft $BC = \frac{5}{\tan(42°)} = 5{,}55...$

Dus $AC = 8 + 5{,}55\ldots = 13{,}55\ldots$

$\tan(\angle A) = \frac{CD}{AC} = \frac{5}{13{,}55...}$, dus $\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{5}{13{,}55...}\right) \approx 20{,}3°$.

55 Zie de figuur hiernaast met de hulplijn DE loodrecht op BC.



In $\triangle ABD$ is $\tan(\angle B) = \frac{AD}{BD}$, dus $\tan(30°) = \frac{AD}{8}$.

Dit geeft $AD = 8\tan(30°) = 4{,}61...$

In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$, dus $\tan(40°) = \frac{BC}{8}$.

Dit geeft $BC = 8\tan(40°) = 6{,}71...$

Dus $CE = 6{,}71\ldots - 4{,}61\ldots = 2{,}09\ldots$

De stelling van Pythagoras in $\triangle CDE$ geeft

$CD^2 = DE^2 + CE^2$

$CD^2 = 8^2 + 2{,}09\ldots^2 = 68{,}38\ldots$

$CD = \sqrt{68{,}38...} \approx 8{,}3$

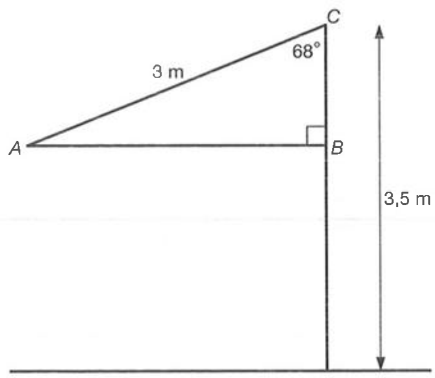
6.5 Berekeningen met sinus, cosinus en tangens

bladzijde 29

56 **a** $\cos(\angle C) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\cos(68°) = \frac{BC}{3}$

$BC = 3\cos(68°) \approx 1{,}1$

b Gebruik onderdeel a en zie de schets hiernaast.



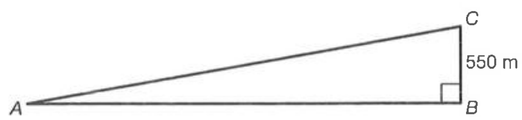
$BC \approx 1{,}1$

Bij een wijkhoek van 68° zit Matthijs

$3{,}5 - 1{,}1 = 2{,}4$ meter boven de grond.

bladzijde 30

57 In de schets hiernaast is $BC = 1284 - 734 = 550$ meter.



Het hellingspercentage is 15%, dus $\tan(\angle A) = 0{,}15$.

$\angle A = \tan^{-1}(0{,}15) = 8{,}5\ldots°$

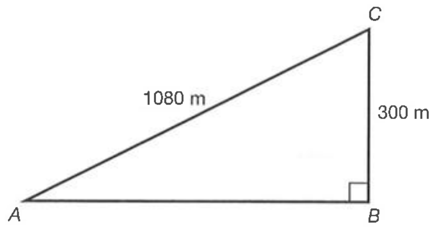
$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\sin(\text{Ans}) = \frac{550}{AC}$

$AC = \frac{550}{\sin(\text{Ans})} = 3707{,}6...$

De lengte van de weg tussen de twee borden is 3708 meter.

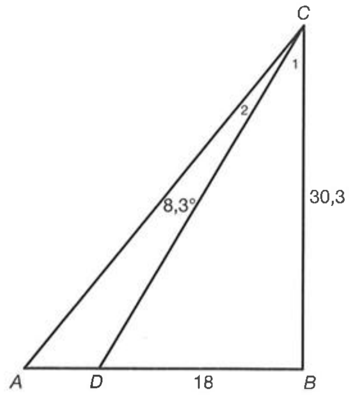
58 **a** 6 minuten is $6 \times 60 = 360$ seconden.
3 meter per seconde, dus in 6 minuten is dat $360 \times 3 = 1080$ meter.
De lengte van de Fløibanen is 1080 meter.

b Zie de schets hiernaast.



$AB^2 = AC^2 - BC^2$
$AB^2 = 1080^2 - 300^2 = 1\,076\,400$
$AB = \sqrt{1\,076\,400} = 1037{,}4...$
Het hellingspercentage is $\dfrac{300}{1037{,}4...} \times 100\% \approx 28{,}9\%$.

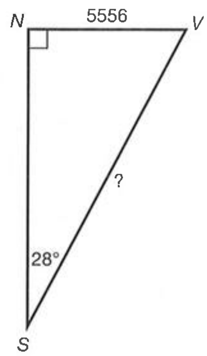
59 Zie de schets hiernaast.



$BC = 28{,}5 + 1{,}8 = 30{,}3$ m
$\tan(\angle C_1) = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{18}{30{,}3}$, dus $\angle C_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{18}{30{,}3}\right) = 30{,}7...°$
$\angle C_{12} = 30{,}7...° + 8{,}3° = 39{,}0...°$
$\tan(\angle C_{12}) = \dfrac{AB}{BC}$ geeft $\tan(\text{Ans}) = \dfrac{AB}{30{,}3}$
$AB = 30{,}3\tan(\text{Ans}) = 24{,}54...$
De breedte van de rivier is $24{,}54... - 18 \approx 6{,}5$ meter.

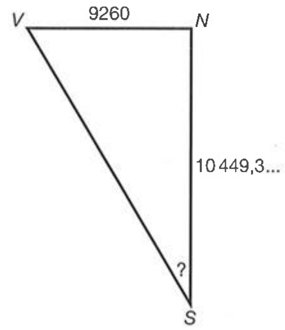
bladzijde 31

60 **a** Zie de schets hiernaast.



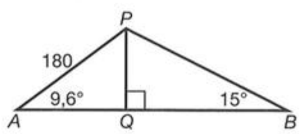
12 knopen = 12 zeemijl per uur, dus $\frac{12}{60}$ zeemijl per minuut,
dus $\frac{12}{60} \cdot 1852 = 370{,}4$ meter per minuut.
Van 8:00 uur tot 8:15 uur is 15 minuten, dus $NV = 15 \cdot 370{,}4 = 5556$ meter.
$\sin(\angle S) = \dfrac{NV}{SV}$ geeft $\sin(28°) = \dfrac{5556}{SV}$
$SV = \dfrac{5556}{\sin(28°)} = 11\,834{,}5...$
Dus de afstand van het schip tot de vuurtoren om 8:00 uur is 11 835 meter.

b Zie de figuur van vraag a.
$\tan(\angle S) = \dfrac{NV}{NS}$ geeft $\tan(28°) = \dfrac{5556}{NS}$
$NS = \dfrac{5556}{\tan(28°)} = 10\,449{,}3...$
Zie de schets hiernaast.



Van 8:15 uur tot 8:40 uur is 25 minuten, dus $NV = 25 \cdot 370{,}4 = 9260$ meter.
$\tan(\angle S) = \dfrac{NV}{NS} = \dfrac{9260}{10\,449{,}3...}$, dus $\angle S = \tan^{-1}\left(\dfrac{9260}{10\,449{,}3...}\right) \approx 41{,}5°$.
De gevraagde hoek is 41,5°.

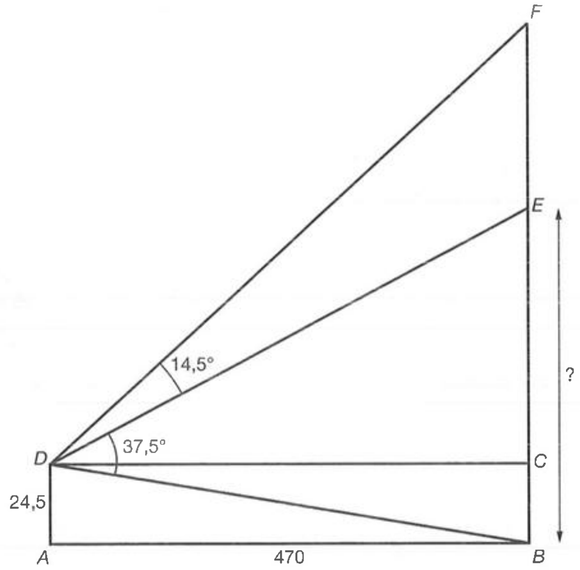
61 **a** Zie de schets hiernaast.



$\cos(\angle A) = \dfrac{AQ}{AP}$ geeft $\cos(9{,}6°) = \dfrac{AQ}{180}$
$AQ = 180\cos(9{,}6°) = 177{,}47...$
$\sin(\angle A) = \dfrac{PQ}{AP}$ geeft $\sin(9{,}6°) = \dfrac{PQ}{180}$
$PQ = 180\sin(9{,}6°) = 30{,}01...$
$\tan(\angle B) = \dfrac{PQ}{BQ}$ geeft $\tan(15°) = \dfrac{30{,}01...}{BQ}$
$BQ = \dfrac{30{,}01...}{\tan(15°)} = 112{,}03...$
Dus $AB = AQ + BQ = 177{,}47... + 112{,}03... \approx 290$ cm.

b $\frac{1850}{80} = 23{,}125$ en $\frac{600}{290} \approx 2{,}07$ geeft $23 \cdot 2 = 46$ zonnepanelen.
$\frac{1850}{290} \approx 6{,}4$ en $\frac{600}{80} = 7{,}5$ geeft $6 \cdot 7 = 42$ zonnepanelen.
Dus er kunnen maximaal 46 zonnepanelen op een plat dak van 18,5 meter bij 6 meter worden geplaatst.

62 **a**

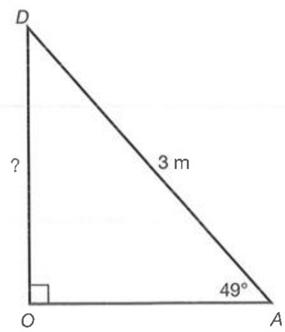


Zie de schets met de hulplijn CD evenwijdig met de grond AB.
In $\triangle ABD$ is $\tan(\angle D) = \frac{AB}{AD} = \frac{470}{24{,}5}$, dus $\angle D = \tan^{-1}\left(\frac{470}{24{,}5}\right) = 87{,}0...°$
In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90° - 87{,}0...° = 2{,}9...°$ (rechte hoek).
Dus in $\triangle CDE$ is $\angle D = 37{,}5° - 2{,}9...° = 34{,}5...°$
In $\triangle CDE$ is $\tan(\angle D) = \frac{CE}{CD}$, dus $\tan(34{,}5...°) = \frac{CE}{470}$.
Dit geeft $CE = 470\tan(34{,}5...°) = 323{,}21...$
Dus het uitkijkplatform zit op een hoogte van $24{,}5 + 323{,}21... \approx 347{,}7$ meter.

b In $\triangle CDF$ is $\tan(\angle D) = \frac{CF}{CD}$ en $\angle D = 34{,}5...° + 14{,}5° = 49{,}0...°$
$\tan(\angle D) = \frac{CF}{CD}$ geeft $\tan(49{,}0...°) = \frac{CF}{470}$
$CF = 470\tan(49{,}0...°) = 540{,}97...$
Dus de totale hoogte van de CN-tower is $24{,}5 + 540{,}97... \approx 565{,}5$ meter.

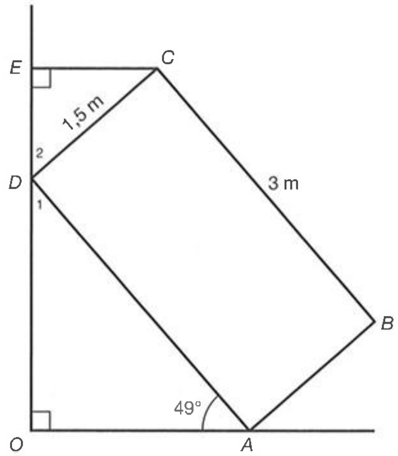
bladzijde 32

63 **a** Zie de schets hiernaast.

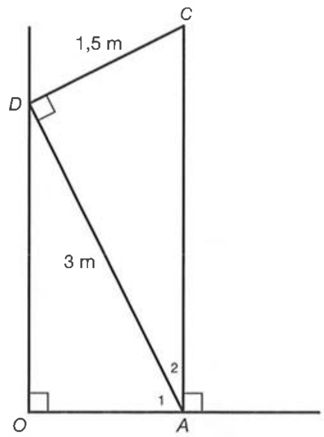


$AD = BC = 3$ m
$\sin(\angle A) = \frac{OD}{AD}$ geeft $\sin(49°) = \frac{OD}{3}$
$OD = 3\sin(49°) = 2{,}26...$
De kist raakt de muur op een hoogte van ongeveer 2,3 meter.

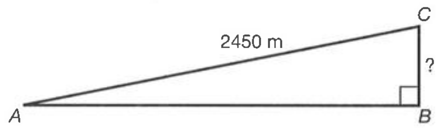
b Zie de schets hiernaast.
In $\triangle OAD$ is $\angle D_1 = 180° - 90° - 49° = 41°$ (hoekensom driehoek).
In $\triangle CDE$ is $\angle D_2 = 180° - 90° - 41° = 49°$ (gestrekte hoek).
In $\triangle CDE$ is $\cos(\angle D_2) = \frac{DE}{CD}$, dus $\cos(49°) = \frac{DE}{1{,}5}$.
Dit geeft $DE = 1{,}5\cos(49°) = 0{,}98\ldots$
$OE = OD + DE = 2{,}26\ldots + 0{,}98\ldots = 3{,}24\ldots$
Dus punt C is op een hoogte van ongeveer 3,2 meter.



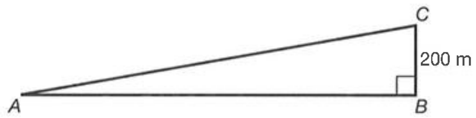
c Zie de schets hiernaast.
C ligt recht boven A.
In $\triangle ACD$ is $\tan(\angle A_2) = \frac{CD}{AD} = \frac{1{,}5}{3}$, dus $\angle A_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}5}{3}\right) = 26{,}56...°$
$\angle A_1 = 90° - 26{,}56\ldots° = 63{,}43\ldots°$ (rechte hoek)
In $\triangle OAD$ is $\cos(\angle A_1) = \frac{AO}{AD}$, dus $\cos(63{,}43...°) = \frac{AO}{3}$.
Dit geeft $AO = 3\cos(63{,}43...°) = 1{,}34...$
Dus A zit ongeveer 1,3 meter van de muur als de kist juist terugvalt.



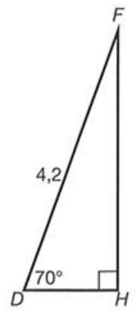
64 **a** 9,8 km/uur, dus in een kwartier 9,8 : 4 = 2,45 km.
Dat is 2450 meter.
Schets, zie hiernaast.
Het hellingspercentage is 7%, dus $\tan(\angle A) = 0{,}07$.
Dus $\angle A = \tan^{-1}(0{,}07) = 4{,}0\ldots°$
$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\sin(\text{Ans}) = \frac{BC}{2450}$,
dus $BC = 2450\ \sin(\text{Ans}) = 171{,}08\ldots$
Dus bij een echte loopoefening zou Pim 171,1 meter hebben overbrugd.



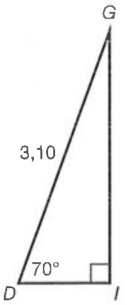
b Schets, zie hiernaast.
Het hellingspercentage is 12%, dus $\tan(\angle A) = 0{,}12$.
Dus $\angle A = \tan^{-1}(0{,}12) = 6{,}8\ldots$
$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\sin(\text{Ans}) = \frac{200}{AC}$,
dus $AC = \frac{200}{\sin(\text{Ans})} = 1678{,}6...$ meter.
6 km/uur = 6000 m/uur = 6000 m/60 minuten = 100 m/minuut
Dus hij moet $\frac{1678{,}6...}{100} = 16{,}786...$, dus een kleine 17 minuten met een snelheid van 6 km/uur lopen om een hoogteverschil van 200 meter te overbruggen bij een hellingspercentage van 12%.



65 **a** Zie de schets hiernaast.
$\sin(\angle D) = \frac{FH}{DF}$ geeft $\sin(70°) = \frac{FH}{4{,}2}$
$FH = 4{,}2\sin(70°) = 3{,}946...$ meter
Dus de hoogte van het huis in dm nauwkeurig is $3 + 3{,}9 = 6{,}9$ meter.



b $\angle G$ (in $\triangle EFG$) $= \angle D$ (in vierhoek $DCEF$) $= 70°$ (F-hoeken)
In $\triangle EFG$ is $\angle F = 180° - 20° - 70° = 90°$ (hoekensom driehoek), dus
$\tan(\angle E) = \dfrac{FG}{EF}$ geeft $\tan(20°) = \dfrac{FG}{3}$, dus $FG = 3\tan(20°) = 1{,}09...$ en
$\cos(\angle E) = \dfrac{EF}{EG}$ geeft $\cos(20°) = \dfrac{3}{EG}$, dus $EG = \dfrac{3}{\cos(20°)} = 3{,}19...$
Zie de schets hiernaast.



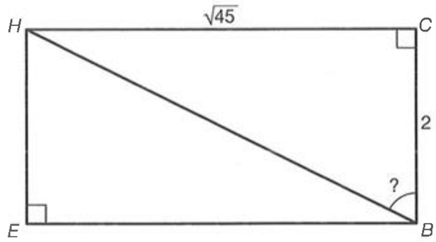
$DG = DF - FG = 4{,}2 - 1{,}09\ldots = 3{,}10\ldots$
$\cos(\angle D) = \dfrac{DI}{DG}$ geeft $\cos(70°) = \dfrac{DI}{3{,}10...}$, dus $DI = 3{,}10... \cos(70°) = 1{,}06...$
$CD = 2 \cdot DI + EG = 2 \cdot 1{,}06\ldots + 3{,}19\ldots = 5{,}31\ldots$
Dus de breedte van de zijgevel is ongeveer 5,3 meter.

c opp $ABCD = AB \cdot AD = 5{,}31\ldots \cdot 3 = 15{,}95\ldots$ m^2
Zie de figuur van vraag b.
$\sin(\angle D) = \dfrac{GI}{DG}$ geeft $\sin(70°) = \dfrac{GI}{3{,}10...}$, dus $GI = 3{,}10... \sin(70°) = 2{,}92...$
opp $DCEG = \frac{1}{2} \cdot (CD + EG) \cdot GI = \frac{1}{2} \cdot (5{,}31... + 3{,}19...) \cdot 2{,}92... = 12{,}42...$ m^2
opp $\triangle EFG = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot FG = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1{,}09... = 1{,}63...$ m^2
De totale oppervlakte is dus $15{,}95\ldots + 12{,}42\ldots + 1{,}63\ldots = 30{,}02\ldots$ m^2.
De kosten van het schilderen van de zijgevel zijn $30{,}02\ldots \cdot 45 \approx 1351$ euro.

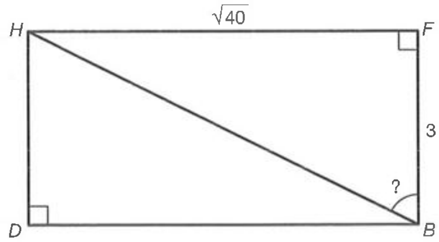
66 **a** $\angle A_2 = \angle DAS$ **c** $\angle B_2 = \angle CBS$ **e** $\angle C_2 = \angle DCS$
b $\angle B_1 = \angle ABS$ **d** $\angle S_3 = \angle BSC$ **f** $\angle D_1 = \angle ADS$

bladzijde 34

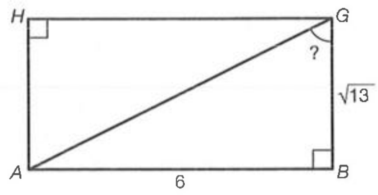
67 **a** $CH^2 = CD^2 + DH^2$ geeft $CH^2 = 36 + 9 = 45$, dus $CH = \sqrt{45}$.
$\tan(\angle CBH) = \dfrac{CH}{BC} = \dfrac{\sqrt{45}}{2}$, dus $\angle CBH = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{45}}{2}\right) \approx 73{,}4°$.



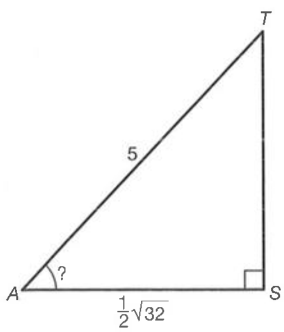
b $FH^2 = EF^2 + EH^2$ geeft $FH^2 = 36 + 4 = 40$, dus $FH = \sqrt{40}$.
$\tan(\angle HBF) = \dfrac{HF}{BF} = \dfrac{\sqrt{40}}{3}$, dus $\angle HBF = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{40}}{3}\right) \approx 64{,}6°$.



c $BG^2 = BC^2 + CG^2$ geeft $BG^2 = 4 + 9 = 13$, dus $BG = \sqrt{13}$.
$\tan(\angle AGB) = \dfrac{AB}{BG} = \dfrac{6}{\sqrt{13}}$, dus $\angle AGB = \tan^{-1}\left(\dfrac{6}{\sqrt{13}}\right) \approx 59{,}0°$.

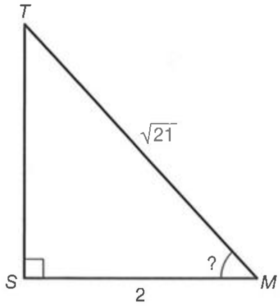


68 **a** $AC^2 = AB^2 + BC^2$ geeft $AC^2 = 16 + 16 = 32$, dus $AC = \sqrt{32}$.
$AS = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{32}$
$\cos(\angle TAS) = \dfrac{AS}{AT} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{32}}{5}$, dus $\angle TAS = \cos^{-1}\left(\dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{32}}{5}\right) \approx 55{,}6°$.



b $MT^2 = BT^2 - BM^2$ geeft $MT^2 = 25 - 4 = 21$, dus $MT = \sqrt{21}$.

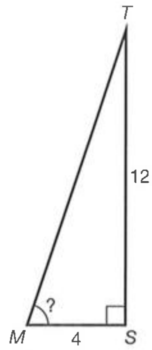
$\cos(\angle TMS) = \dfrac{MS}{MT} = \dfrac{2}{\sqrt{21}}$, dus $\angle TMS = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{\sqrt{21}}\right) \approx 64{,}1°$.



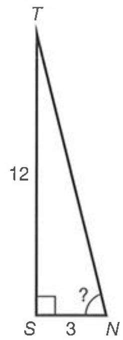
69 **a** $AC^2 = AB^2 + BC^2$ geeft $AC^2 = 36 + 64 = 100$, dus $AC = \sqrt{100} = 10$.
$AS = \frac{1}{2}AC = 5$
$ST^2 = AT^2 - AS^2$ geeft $ST^2 = 169 - 25 = 144$, dus $ST = \sqrt{144} = 12$.

b $MT^2 = AT^2 - AM^2$ geeft $MT^2 = 169 - 9 = 160$, dus $MT = \sqrt{160} \approx 12{,}65$.

c $\tan(\angle TMS) = \dfrac{ST}{MS} = \dfrac{12}{4}$, dus $\angle TMS = \tan^{-1}\left(\dfrac{12}{4}\right) \approx 71{,}6°$.

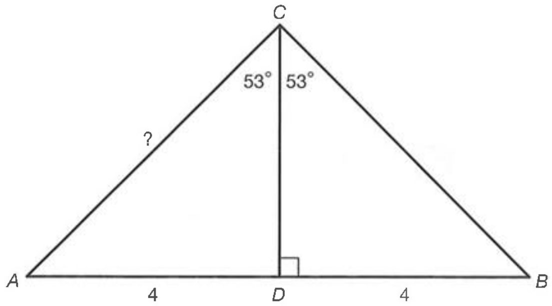


$\tan(\angle TNS) = \dfrac{ST}{NS} = \dfrac{12}{3}$, dus $\angle TNS = \tan^{-1}\left(\dfrac{12}{3}\right) \approx 76{,}0°$.



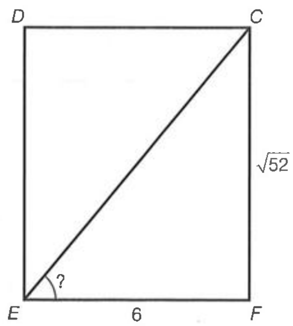
bladzijde 35

70 $\sin(\angle ACD) = \dfrac{AD}{AC}$ geeft $\sin(53°) = \dfrac{4}{AC}$,
dus $AC = \dfrac{4}{\sin(53°)} = 5{,}00...$
opp dak $= 2 \cdot$ opp dakdeel $= 2 \cdot 12 \cdot \text{Ans} = 120{,}2\ldots\ \text{m}^2$
Het aanbrengen van de dakbedekking kost
Ans $\times$ 115 $\approx$ 13 823 euro.



71 **a** $CF^2 = BC^2 + BF^2$ geeft $CF^2 = 36 + 16 = 52$, dus $CF = \sqrt{52}$.

$\tan(\angle CEF) = \dfrac{CF}{EF} = \dfrac{\sqrt{52}}{6}$, dus $\angle CEF = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{52}}{6}\right) \approx 50{,}2°$.



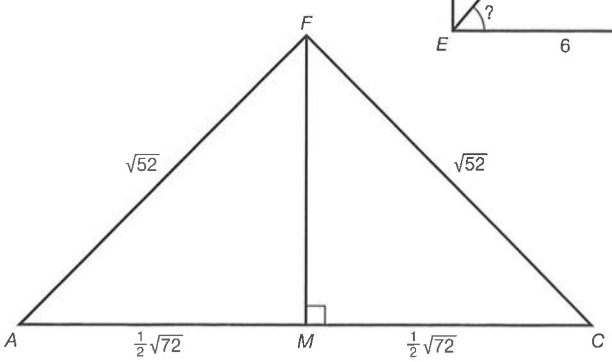
b $AF^2 = AB^2 + BF^2$ geeft $AF^2 = 36 + 16 = 52$, dus $AF = \sqrt{52}$.
$AF = CF = \sqrt{52}$, dus $\triangle ACF$ is een gelijkbenige driehoek.

c $AC^2 = AB^2 + BC^2$ geeft $AC^2 = 36 + 36 = 72$,
dus $AC = \sqrt{72}$.
$AM = CM = \frac{1}{2}\sqrt{72}$

$\cos(\angle MCF) = \dfrac{CM}{CF} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{72}}{\sqrt{52}}$,

dus $\angle MCF = \cos^{-1}\left(\dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{72}}{\sqrt{52}}\right) \approx 54{,}0°$.

$\angle ACF = \angle MCF \approx 54{,}0°$

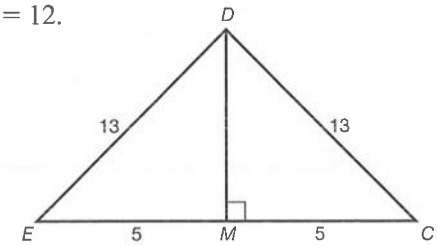


72 **a** $DM^2 = DE^2 - EM^2$ geeft $DM^2 = 169 - 25 = 144$, dus $DM = \sqrt{144} = 12$.
De hoogte van de toren is $40 + 12 = 52$ meter.

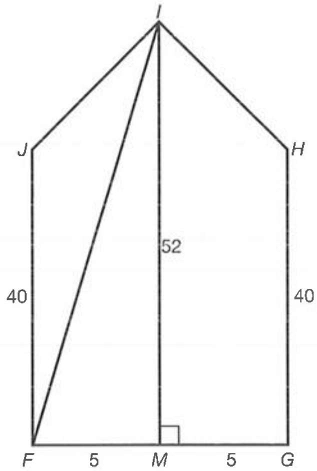
b Zie de schets van vraag a.

$\sin(\angle EDM) = \dfrac{EM}{DE} = \dfrac{5}{13}$, dus $\angle EDM = \sin^{-1}\left(\dfrac{5}{13}\right) = 22{,}6...°$

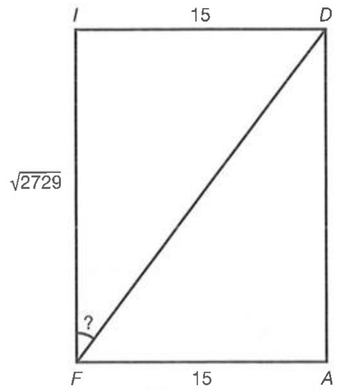
Dus $\angle CDE = 2 \cdot \text{Ans} \approx 45{,}2°$.



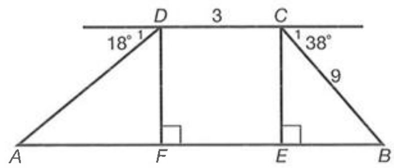
c $FI^2 = FM^2 + MI^2$ geeft $FI^2 = 25 + 2704 = 2729$, dus $FI = \sqrt{2729}$.



$\tan(\angle IFD) = \dfrac{DI}{FI} = \dfrac{15}{\sqrt{2729}}$, dus $\angle IFD = \tan^{-1}\left(\dfrac{15}{\sqrt{2729}}\right) \approx 16{,}0°$.



73 Zie de schets hiernaast.



$\angle CBE = \angle C_1 = 38°$ (Z-hoeken)

$\cos(\angle CBE) = \dfrac{BE}{BC}$ geeft $\cos(38°) = \dfrac{BE}{9}$,

dus $BE = 9\cos(38°) = 7{,}09...$

$\sin(\angle CBE) = \dfrac{CE}{BC}$ geeft $\sin(38°) = \dfrac{CE}{9}$,

dus $CE = 9\sin(38°) = 5{,}54...$

$\angle DAF = \angle D_1 = 18°$ (Z-hoeken)

$\tan(\angle DAF) = \dfrac{DF}{AF}$ geeft $\tan(18°) = \dfrac{5{,}54...}{AF}$, dus $AF = \dfrac{5{,}54...}{\tan(18°)} = 17{,}05...$

$AB = AF + EF + BE = 17{,}05... + 3 + 7{,}09... = 27{,}14...$

opp $ABCD = \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot (27{,}14... + 3) \cdot 5{,}54... = 83{,}51...$ m^2

De dijk bestaat uit $83{,}51... \cdot 7500 \approx 626\,378$ m^3 zand.

Gemengde opgaven

bladzijde 36

1 **a** $\tan(\angle CDE) = \dfrac{CE}{CD}$ geeft $\tan(32°) = \dfrac{CE}{3}$

$CE = 3\tan(32°) \approx 1{,}87$

b $BE = BC - CE = 7 - 1{,}87\ldots = 5{,}12\ldots$

$\tan(\angle BAE) = \dfrac{BE}{AB} = \dfrac{5{,}12\ldots}{3}$, dus $\angle BAE = \tan^{-1}\left(\dfrac{5{,}12\ldots}{3}\right) \approx 59{,}7°$.

$\angle CED = 180° - 90° - 32° = 58°$ (hoekensom driehoek)

$\angle AEB \approx 180° - 90° - 59{,}7° = 30{,}3°$ (hoekensom driehoek)

$\angle AED \approx 180° - 58° - 30{,}3° = 91{,}7°$ (gestrekte hoek)

2 **a** $\sin(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticaal}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(19{,}5°) = \dfrac{\text{hoogteverschil}}{108}$

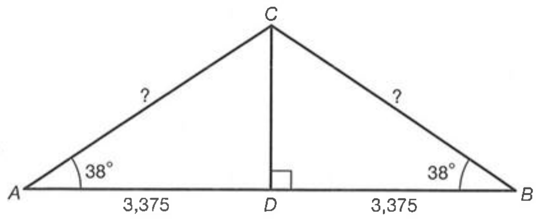
hoogteverschil $= 108 \sin(19{,}5°) \approx 36{,}05$ meter

b Je klimt 36,05 meter per 250 treden, dus $\dfrac{36{,}05}{250} \approx 0{,}144$ meter ofwel 14,4 cm per trede.

3 $\cos(\angle A) = \dfrac{AD}{AC}$ geeft $\cos(38°) = \dfrac{3{,}375}{AC}$

$AC = \dfrac{3{,}375}{\cos(38°)} = 4{,}28\ldots$

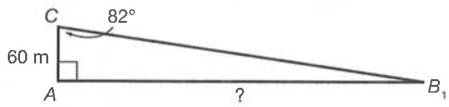
De kosten van de daklijst zijn $2 \cdot \text{Ans} \cdot 23{,}95 \approx 205{,}15$ euro.



4 Zie de schets hiernaast.

$\tan(\angle C) = \dfrac{AB_1}{AC}$ geeft $\tan(82°) = \dfrac{AB_1}{60}$

$AB_1 = 60 \tan(82°) = 426{,}92\ldots$

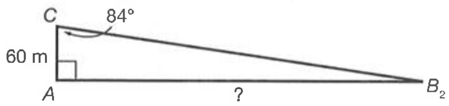


Zie de figuur hiernaast.

$\tan(\angle C) = \dfrac{AB_2}{AC}$ geeft $\tan(84°) = \dfrac{AB_2}{60}$

$AB_2 = 60 \tan(84°) = 570{,}86\ldots$

De afstand tussen de boeien is $570{,}86\ldots - 426{,}92\ldots \approx 144$ meter.



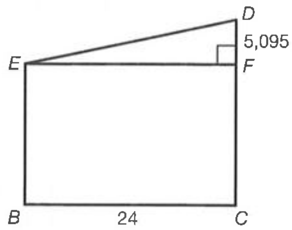
5 $\tan(\angle A) = \dfrac{BE}{AB}$ geeft $\tan(24°) = \dfrac{BE}{20}$

$BE = 20\tan(24°) = 8{,}90\ldots$

Zie de schets hiernaast.

$DF = 14 - 8{,}90\ldots = 5{,}095\ldots$

Het gevraagde hellingspercentage is $\dfrac{\text{Ans}}{24} \times 100\% \approx 21{,}2\%$.



bladzijde 37

6 Zie de schets hiernaast.

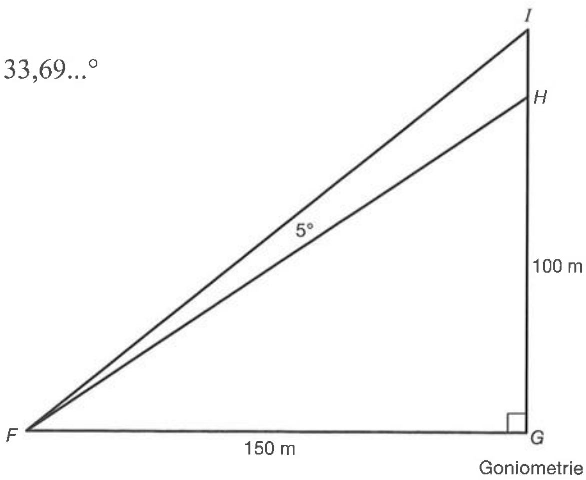
$\tan(\angle GFH) = \dfrac{GH}{FG} = \dfrac{100}{150}$, dus $\angle GFH = \tan^{-1}\left(\dfrac{100}{150}\right) = 33{,}69\ldots°$

$\angle GFI = 33{,}69\ldots° + 5° = 38{,}69\ldots°$ en

$\tan(\angle GFI) = \dfrac{GI}{FG}$ geeft $\tan(38{,}69\ldots°) = \dfrac{GI}{150}$

$GI = 150\tan(38{,}69\ldots°) \approx 120{,}12$

Dus het hoofd van president Jefferson is ongeveer $120 - 100 = 20$ meter hoog.



7 **a** Zie de schets hiernaast.

$\tan(\angle B) = \dfrac{CM}{BM}$ geeft $\tan(72°) = \dfrac{CM}{13}$

$CM = 13\tan(72°) \approx 40$

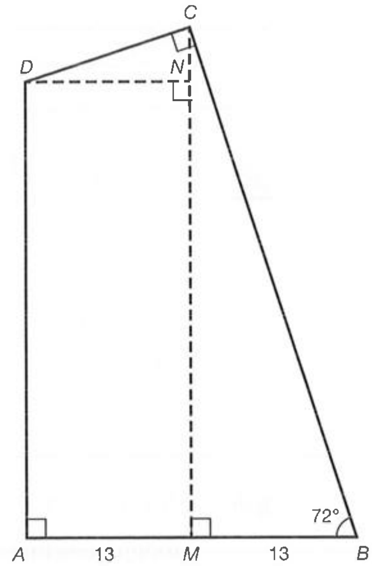
De hoogte van het punt C is $8 + 40 = 48$ meter.

b $\angle BCM = 180° - 72° - 90° = 18°$ (hoekensom driehoek)

$\angle DCN = 90° - 18° = 72°$ (rechte hoek)

$\sin(\angle DCN) = \dfrac{DN}{CD}$ geeft $\sin(72°) = \dfrac{13}{CD}$

$CD = \dfrac{13}{\sin(72°)} \approx 13{,}7$ meter



8 **a** $AC^2 = AB^2 + BC^2$ geeft $AC^2 = 16 + 16 = 32$, dus $AC = \sqrt{32}$.

$AS = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{32}$

$\tan(\angle SAT) = \dfrac{ST}{AS} = \dfrac{6}{\frac{1}{2}\sqrt{32}}$, dus $\angle SAT = \tan^{-1}\left(\dfrac{6}{\frac{1}{2}\sqrt{32}}\right) \approx 64{,}8°$.

b $PS = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$\tan(\angle TPS) = \dfrac{6}{2}$, dus $\angle TPS = \tan^{-1}\left(\dfrac{6}{2}\right) = 71{,}56\ldots°$

$\sin(\angle TPS) = \dfrac{SQ}{SP}$ geeft $\sin(71{,}56\ldots°) = \dfrac{SQ}{2}$, dus $SQ = 2\sin(71{,}56\ldots°) \approx 1{,}9$.

9 **a** Zie de schets hiernaast.

$\angle B_3 = 180° - 40° - 90° = 50°$ (gestrekte hoek)

$\sin(\angle B_3) = \dfrac{CE}{BC}$ geeft $\sin(50°) = \dfrac{CE}{40}$

$CE = 40\sin(50°) \approx 30{,}6$

De hoogte van het punt C is ongeveer 30,6 cm.

b Zie de schets.

$\angle C_2 = \angle B_3 = 50°$ (Z-hoeken)

$\angle C_3 = 90° - \angle C_2 = 90° - 50° = 40°$ (rechte hoek)

Het eruit gestroomde water komt uit een prisma met grondvlak $\triangle CDF$ en hoogte 30 cm.

$\tan(\angle C_3) = \dfrac{DF}{CD}$ geeft $\tan(40°) = \dfrac{DF}{30}$

$DF = 30\tan(40°) = 25{,}17\ldots$

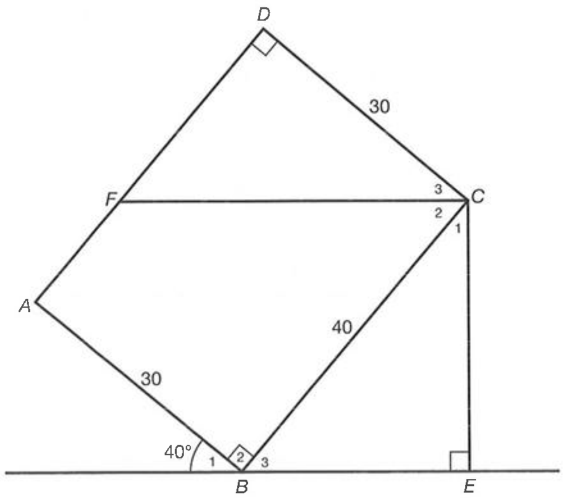
inhoud prisma = opp grondvlak × hoogte =

$\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25{,}17\ldots \cdot 30 \approx 11\,328$ cm^3

De inhoud van de bak is $30 \cdot 40 \cdot 30 = 36\,000$ cm^3.

Dus na kanteling zit er nog ongeveer $36\,000 - 11\,328 = 24\,672$ cm^3 water in de bak.

Dat is zo'n 24,7 liter.



Diagnostische toets

bladzijde 40

1 a $\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \dfrac{26}{19}$,

dus $\text{hellingshoek} = \tan^{-1}\left(\dfrac{26}{19}\right) \approx 53{,}8°$.

b $\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $\tan(16°) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{24{,}1}$

$\text{verticale verplaatsing} = 24{,}1\tan(16°) \approx 6{,}9$

c $\text{hellingspercentage} = 57\%$, dus $\text{hellingsgetal} = 0{,}57$.

$\text{hellingsgetal} = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}57 = \dfrac{70}{\text{horizontale verplaatsing}}$

$\text{horizontale verplaatsing} = \dfrac{70}{0{,}57} \approx 122{,}8$

2 **a** $\tan(\angle A) = \dfrac{CD}{AD}$ geeft $\tan(70°) = \dfrac{3}{AD}$

$AD = \dfrac{3}{\tan(70°)} \approx 1{,}1$

b $\tan(\angle B) = \dfrac{CD}{BD} = \dfrac{3}{5}$, dus $\angle B = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) \approx 31{,}0°$.

3 **a** $\sin(\angle A) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}} = \dfrac{3{,}2}{3{,}7}$, dus $\angle A = \sin^{-1}\left(\dfrac{3{,}2}{3{,}7}\right) \approx 59{,}9°$.

b $\sin(\text{helingshoek}) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(25°) = \dfrac{1{,}9}{\text{lengte parcours}}$

$\text{lengte parcours} = \dfrac{1{,}9}{\sin(25°)} \approx 4{,}5$

4 **a** $\sin(\angle B) = \dfrac{AD}{AB}$

b $\cos(\angle C) = \dfrac{CD}{AC}$

c $\tan(\angle A_2) = \dfrac{BD}{AD}$

d $\sin(\angle A_1) = \dfrac{CD}{AC}$

e $\cos(\angle A_2) = \dfrac{AD}{AB}$

f $\tan(\angle B) = \dfrac{AD}{BD}$

5 **a** $\cos(\angle B) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{2}{5}$, dus $\angle B = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{5}\right) \approx 66{,}4°$.

b $\tan(\angle R) = \dfrac{PQ}{PR} = \dfrac{3}{5}$, dus $\angle R = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) \approx 31{,}0°$.

c $\tan(\angle D) = \dfrac{EF}{DF} = \dfrac{3{,}3}{5}$, dus $\angle D = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}3}{5}\right) \approx 33{,}4°$.

d $\angle E_1 = 180° - 90° - 33{,}4...° = 56{,}5...°$

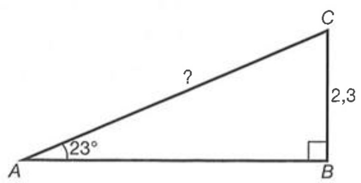
$\cos(\angle E_2) = \dfrac{EF}{EG} = \dfrac{3{,}3}{3{,}5}$, dus $\angle E_2 = \cos^{-1}\left(\dfrac{3{,}3}{3{,}5}\right) = 19{,}4...°$

$\angle E_{12} = 56{,}5...° + 19{,}4...° \approx 76{,}0°$

bladzijde 41

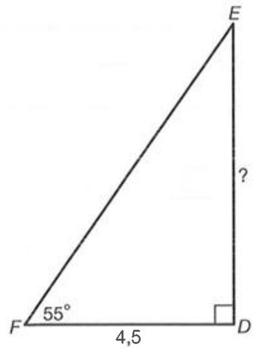
6 **a** $\sin(\angle A) = \dfrac{BC}{AC}$ geeft $\sin(23°) = \dfrac{2{,}3}{AC}$

$AC = \dfrac{2{,}3}{\sin(23°)} \approx 5{,}89$



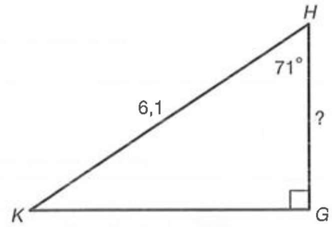
b $\tan(\angle F) = \dfrac{DE}{DF}$ geeft $\tan(55°) = \dfrac{DE}{4{,}5}$

$DE = 4{,}5\tan(55°) \approx 6{,}43$



c $\cos(\angle H) = \dfrac{GH}{KH}$ geeft $\cos(71°) = \dfrac{GH}{6{,}1}$

$GH = 6{,}1\cos(71°) \approx 1{,}99$

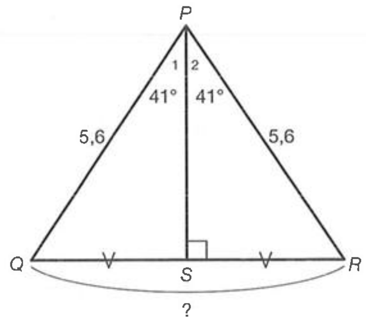


7 Zie de schets hiernaast.

$\sin(\angle P_1) = \dfrac{QS}{PQ}$ geeft $\sin(41°) = \dfrac{QS}{5{,}6}$

$QS = 5{,}6\sin(41°) = 3{,}67...$

$QR = 2 \cdot QS = 2 \cdot 3{,}67\ldots \approx 7{,}35$



8 $\cos(A) = \dfrac{AE}{AD}$ geeft $\cos(60°) = \dfrac{AE}{3{,}8}$

$AE = 3{,}8\cos(60°) = 1{,}9$

Dus $BF = 6{,}9 - 1{,}9 - 1{,}2 = 3{,}8$.

$\sin(A) = \dfrac{DE}{AD}$ geeft $\sin(60°) = \dfrac{DE}{3{,}8}$

$DE = 3{,}8\sin(60°) = 3{,}29...$

$CF = DE = 3{,}29\ldots$

$\tan(\angle B) = \dfrac{CF}{BF} = \dfrac{3{,}29...}{3{,}8}$, dus $\angle B = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}29...}{3{,}8}\right) \approx 40{,}9°$.

9 Zie de schets hiernaast.

$\sin(\angle C_1) = \dfrac{AD}{AC}$ geeft $\sin(51{,}5°) = \dfrac{AD}{8}$

$AD = 8\sin(51{,}5°) = 6{,}26...$

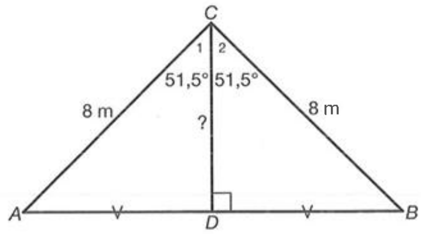
$AB = 2 \cdot AD = 2 \cdot 6{,}26\ldots \approx 12{,}5$

De breedte van de hal is 12,5 meter.

$\cos(\angle C_1) = \dfrac{CD}{AC}$ geeft $\cos(51{,}5°) = \dfrac{CD}{8}$

$CD = 8\cos(51{,}5°) \approx 5{,}0$

De hoogte van de hal is $3 + 5{,}0 = 8{,}0$ meter.

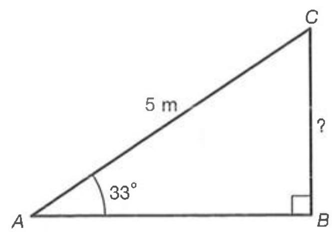


10 **a** Zie de schets hiernaast.

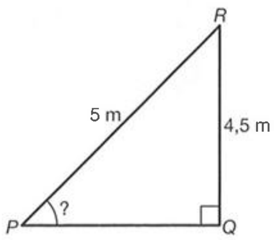
$\sin(\angle A) = \dfrac{BC}{AC}$ geeft $\sin(33°) = \dfrac{BC}{5}$

$BC = 5\sin(33°) \approx 2{,}7$

Het uiteinde van de hoogwerker komt op $2 + 2{,}7 = 4{,}7$ meter hoogte tegen de gevel.



b Zie de schets hiernaast.
$QR = 6{,}5 - 2 = 4{,}5$ m
$\sin(\angle P) = \dfrac{QR}{PR} = \dfrac{4{,}5}{5}$, dus $\angle P = \sin^{-1}\left(\dfrac{4{,}5}{5}\right) \approx 64{,}2°$.



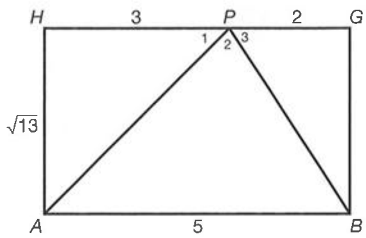
c Zie de schets van vraag b.
$PQ^2 = PR^2 - QR^2$ geeft $PQ^2 = 25 - 4{,}5^2 = 4{,}75$, dus
$PQ = \sqrt{4{,}75} = 2{,}179...$ meter.
Zie de schets van vraag a.
$\cos(\angle A) = \dfrac{AB}{AC}$ geeft $\cos(33°) = \dfrac{AB}{5}$
$AB = 5\cos(33°) = 4{,}193...$
De wagen moet dus $4{,}193... - 2{,}179... \approx 2{,}0$ meter ofwel 20 dm worden verreden.

11 $AH^2 = AD^2 + DH^2$ geeft $AH^2 = 9 + 4 = 13$, dus $AH = \sqrt{13}$.

$\tan(\angle P_1) = \dfrac{AH}{HP} = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$, dus $\angle P_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{13}}{3}\right) = 50{,}23...°$

$\tan(\angle P_3) = \dfrac{BG}{GP} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$, dus $\angle P_3 = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{13}}{2}\right) = 60{,}98...°$

$\angle APB = \angle P_2 = 180° - \angle P_1 - \angle P_3 =$
$180° - 50{,}23...° - 60{,}98...° \approx 68{,}8°$ (gestrekte hoek)



Herhaling

bladzijde 42

1 a hellingsgetal $= \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \dfrac{11}{39} \approx 0{,}28$

b hellingsgetal $= \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}62 = \dfrac{23}{\text{horizontale verplaatsing}}$

Dus horizontale verplaatsing $= \dfrac{23}{0{,}62} \approx 37{,}10$.

c hellingspercentage = 11%, dus hellingsgetal = 0,11.

hellingsgetal $= \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0{,}11 = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{170}$

Dus verticale verplaatsing $= 0{,}11 \cdot 170 = 18{,}7$.

2 a $\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \dfrac{2{,}1}{5{,}1}$, dus

hellingshoek $= \tan^{-1}\left(\dfrac{2{,}1}{5{,}1}\right) \approx 22{,}4°$.

b hellingspercentage = 23%, dus hellingsgetal = 0,23.
tan(hellingshoek) = hellingsgetal = 0,23, dus
hellingshoek $= \tan^{-1}(0{,}23) \approx 13{,}0°$.

c $\tan(\text{hellingshoek}) = \dfrac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \dfrac{2{,}1}{0{,}5}$, dus

hellingshoek $= \tan^{-1}\left(\dfrac{2{,}1}{0{,}5}\right) \approx 76{,}6°$.

3 **a** $\tan(\angle B_1) = \dfrac{AD}{AB}$ geeft $\tan(40°) = \dfrac{AD}{9}$, dus $AD = 9\tan(40°) \approx 7{,}6$.

b $\tan(\angle A_2) = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{5{,}3}{9}$, dus $\angle A_2 = \tan^{-1}\left(\dfrac{5{,}3}{9}\right) \approx 30{,}5°$.

c In $\triangle ABS$ is $\angle S_2 \approx 180° - 40° - 30{,}5° = 109{,}5°$ (hoekensom driehoek).
Dus $\angle S_1 \approx 180° - 109{,}5° = 70{,}5°$ (gestekte hoek).

bladzijde 43

4 **a** $\tan(\angle Q) = \frac{RS}{QS}$ geeft $\tan(65°) = \frac{RS}{1,3}$, dus $RS = 1,3\tan(65°) \approx 2,79$.

b $PS^2 = PR^2 - RS^2$ geeft $PS^2 = 7,2^2 - 2,78\ldots^2 = 44,06\ldots$

$PS = \sqrt{44,06\ldots} \approx 6,6$

c $\tan(\angle P) = \frac{RS}{PS} = \frac{2,78\ldots}{6,63\ldots}$, dus $\angle P = \tan^{-1}\left(\frac{2,78\ldots}{6,63\ldots}\right) \approx 22,8°$.

5 a $\sin(\angle P) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}} = \frac{2,1}{3,2}$, dus $\angle P = \sin^{-1}\left(\frac{2,1}{3,2}\right) \approx 41,0°$.

b $\sin(\angle Q) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}} = \frac{1,9}{3,5}$, dus $\angle Q = \sin^{-1}\left(\frac{1,9}{3,5}\right) \approx 32,9°$.

6 a $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(29°) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{4,7}$

Dus verticale verplaatsing $= 4,7\sin(29°) \approx 2,3$.

b $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(15°) = \frac{1,1}{\text{horizontale verplaatsing}}$

Dus horizontale verplaatsing $= \frac{1,1}{\sin(15°)} \approx 4,3$.

c $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{lengte parcours}}$ geeft $\sin(43°) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{3,7}$

Dus verticale verplaatsing $= 3,7\sin(43°) \approx 2,5$.

7 **a** $\sin(\angle A) = \frac{CD}{AC}$

b $\cos(\angle B) = \frac{BD}{BC}$

c $\tan(\angle C_1) = \frac{AD}{CD}$

d $\sin(\angle C_2) = \frac{BD}{BC}$

e $\cos(\angle C_1) = \frac{CD}{AC}$

f $\tan(\angle B) = \frac{CD}{BD}$

8 **a** Omdat $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ en je AB en BC weet.

b $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{8}$, dus $\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \approx 38,7°$.

bladzijde 44

9 **a** $\tan(\angle M) = \frac{KL}{KM} = \frac{4}{7}$, dus $\angle M = \tan^{-1}\left(\frac{4}{7}\right) \approx 29,7°$.

b $\cos(\angle S) = \frac{RS}{ST} = \frac{7}{8}$, dus $\angle S = \cos^{-1}\left(\frac{7}{8}\right) \approx 29,0°$.

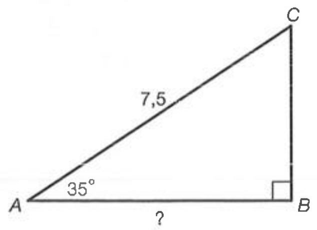
c $\sin(\angle D) = \frac{EF}{DF} = \frac{3}{7}$, dus $\angle D = \sin^{-1}\left(\frac{3}{7}\right) \approx 25,4°$.

10 **a** $\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC}$ geeft $\cos(35°) = \frac{AB}{7,5}$

$AB = 7,5\cos(35°) \approx 6,14$

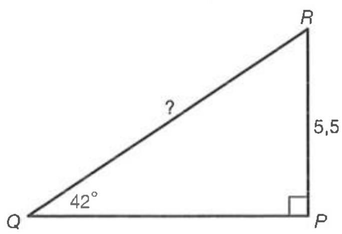
b $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\sin(35°) = \frac{BC}{7,5}$

$BC = 7,5\sin(35°) \approx 4,30$



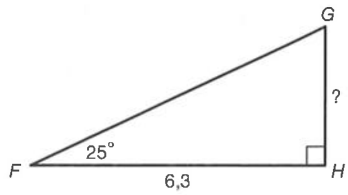
11 **a** $\sin(\angle Q) = \frac{PR}{QR}$ geeft $\sin(42°) = \frac{5,5}{QR}$

$QR = \frac{5,5}{\sin(42°)} \approx 8,22$



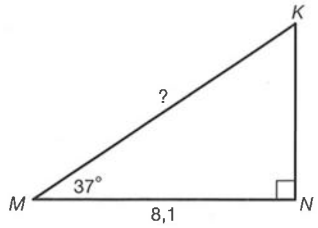
b $\tan(\angle F) = \dfrac{GH}{FH}$ geeft $\tan(25°) = \dfrac{GH}{6{,}3}$

$GH = 6{,}3\tan(25°) \approx 2{,}94$

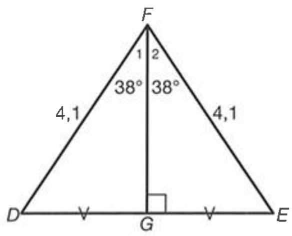


c $\cos(\angle M) = \dfrac{MN}{KM}$ geeft $\cos(37°) = \dfrac{8{,}1}{KM}$

$KM = \dfrac{8{,}1}{\cos(37°)} \approx 10{,}14$



12 **a**

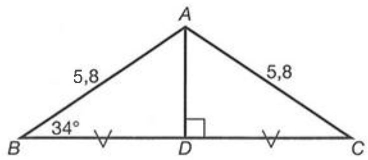


b $\sin(\angle F_1) = \dfrac{DG}{DF}$ geeft $\sin(38°) = \dfrac{DG}{4{,}1}$, dus $DG = 4{,}1\sin(38°) = 2{,}52...$

Dus $DE = 2 \cdot 2{,}52\ldots \approx 5{,}05$.

13 $\cos(\angle B) = \dfrac{BD}{AB}$ geeft $\cos(34°) = \dfrac{BD}{5{,}8}$, dus $BD = 5{,}8\cos(34°) = 4{,}80...$

Dus $BC = 2 \cdot 4{,}80\ldots \approx 9{,}62$.



14 **a** $\sin(\angle Q) = \dfrac{RU}{QR}$ geeft $\sin(27°) = \dfrac{RU}{3{,}7}$

$RU = 3{,}7\sin(27°) \approx 1{,}68$

$\cos(\angle Q) = \dfrac{QU}{QR}$ geeft $\cos(27°) = \dfrac{QU}{3{,}7}$

$QU = 3{,}7\cos(27°) \approx 3{,}30$

b $PT = 5{,}8 - 3{,}30\ldots - 2{,}1 \approx 0{,}40$

c $ST = RU = 1{,}67\ldots$

$\tan(\angle P) = \dfrac{ST}{PT} = \dfrac{1{,}67...}{0{,}40...}$, dus $\angle P = \tan^{-1}\left(\dfrac{1{,}67...}{0{,}40...}\right) = 76{,}5°$.

15 **a** $\sin(\angle C) = \dfrac{DE}{CD}$ geeft $\sin(56°) = \dfrac{DE}{5}$

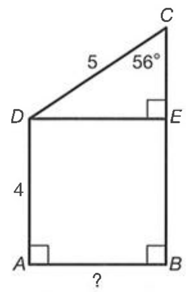
$DE = 5\sin(56°) \approx 4{,}1$

$AB = DE \approx 4{,}1$

b $\cos(\angle C) = \dfrac{CE}{CD}$ geeft $\cos(56°) = \dfrac{CE}{5}$

$CE = 5\cos(56°) \approx 2{,}8$

$BC \approx 4 + 2{,}8 = 6{,}8$



bladzijde 45

16 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ACD$ is $\cos(\angle C) = \dfrac{CD}{AC}$ ofwel $\cos(61°) = \dfrac{CD}{5{,}6}$.

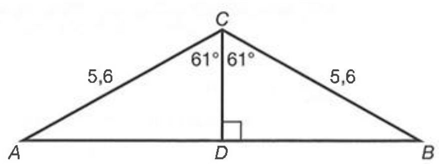
Dit geeft $CD = 5{,}6\cos(61°) \approx 2{,}7$.

Dus de hoogte van de schuur is $2{,}8 + 2{,}7 = 5{,}5$ meter.

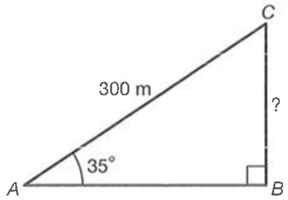
In $\triangle ACD$ is $\sin(\angle C) = \dfrac{AD}{AC}$ ofwel $\sin(61°) = \dfrac{AD}{5{,}6}$.

Dit geeft $AD = 5{,}6\sin(61°) = 4{,}89...$

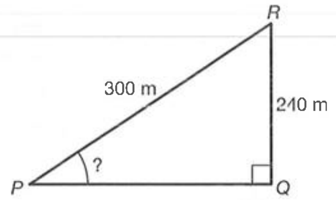
Dus de breedte van de schuur is $2 \cdot 4{,}89\ldots \approx 9{,}8$ meter.



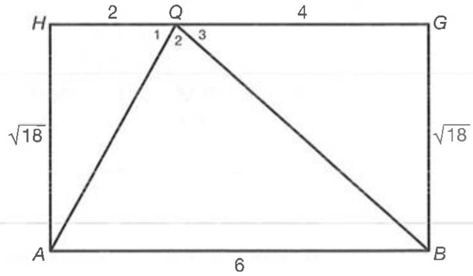
17 **a** $\sin(\angle A) = \dfrac{BC}{AC}$ geeft $\sin(35°) = \dfrac{BC}{300}$
$BC = 300\sin(35°) \approx 172$
De vlieger staat ongeveer 172 meter hoog.



b $\sin(\angle P) = \dfrac{QR}{PR} = \dfrac{240}{300}$, dus $\angle P = \sin^{-1}\left(\dfrac{240}{300}\right) \approx 53{,}1°$.
Het vliegertouw maakt een hoek van 53,1° met de grond.

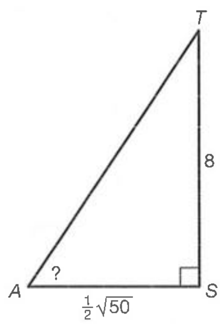


18 **a** Voor het berekenen van $\angle AQH$ gebruik je
$\tan(\angle AQH) = \dfrac{AH}{HQ}$.
$AH^2 = AE^2 + EH^2$ geeft $AH^2 = 9 + 9 = 18$,
dus $AH = \sqrt{18}$.
$\tan(\angle AQH) = \dfrac{AH}{HQ} = \dfrac{\sqrt{18}}{2}$, dus
$\angle AQH = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{18}}{2}\right) \approx 64{,}8°$.

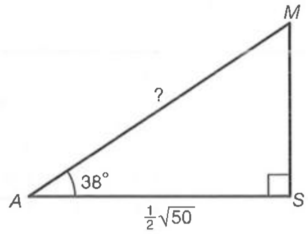


b $\tan(\angle BQG) = \dfrac{BG}{GQ} = \dfrac{\sqrt{18}}{4}$, dus $\angle BQG = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{18}}{4}\right) \approx 46{,}7°$.
c $\angle AQB = 180° - \angle AQH - \angle BQG = 180° - 64{,}76...° - 46{,}68...° \approx 68{,}6°$ (gestrekte hoek)
d opp $\triangle ABQ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{18} \approx 12{,}73$

19 **a** $AC^2 = AB^2 + BC^2$ geeft $AC^2 = 25 + 25 = 50$, dus $AC = \sqrt{50} \approx 7{,}07$.
$AS = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{50} \approx 3{,}54$
b Zie de schets hiernaast.
$\tan(\angle TAS) = \dfrac{ST}{AS} = \dfrac{8}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}$, dus
$\angle TAS = \tan^{-1}\left(\dfrac{8}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}\right) \approx 66{,}2°$.



c Zie de schets hiernaast.
$\cos(\angle MAS) = \dfrac{AS}{AM}$ geeft $\cos(38°) = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{50}}{AM}$
$AM = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{50}}{\cos(38°)} \approx 4{,}5$



Extra

bladzijde 46

1 **a** omtrek aarde $= 2 \cdot \pi \cdot 6378 \approx 40\,074$ km
b Helemaal rond is 360°.
Van 20° OL naar 40° WL over de evenaar is $20° + 40° = 60°$.
De gevraagde afstand is $\dfrac{60°}{360°} \times 40\,074 = 6679$ km.
c Van 33,5° ZB naar 59,3° NB over de meridiaan is $33{,}5° + 59{,}3° = 92{,}8°$.
De gevraagde afstand is $\dfrac{92{,}8°}{360°} \times 40\,074 \approx 10\,330$ km.

d Van 52,4° NB naar 35,7° NB over de Noordpool is $(90° - 52,4°) + (90° - 35,7°) =$ $37,6° + 54,3° = 91,9°$.

De gevraagde afstand is $\frac{91,9°}{360°} \times 40\,074 \approx 10\,230$ km.

e Van 23° ZB naar 34° ZB over de Zuidpool is $(90° - 23°) + (90° - 34°) =$ $67° + 56° = 123°$.

De straal van de cirkel waarlangs het vliegtuig vliegt is $6378 + 10 = 6388$ km, dus de omtrek van deze cirkel is $2 \cdot \pi \cdot 6388 \approx 40\,137$ km.

De gevraagde afstand is $\frac{123°}{360°} \times 40\,137 \approx 13\,713$ km.

$\frac{13\,713}{900} \approx 15,2$, dus de vliegreis duurde iets langer dan 15 uur.

2 **a** $18'' = \frac{18}{60}'$, dus $18°5'18'' = 18° + 5\frac{18}{60}' = 18° + \frac{5\frac{18}{60}}{60}° \approx 18,1°$.

b $1' = \frac{1}{60}°$

Bij 360° hoort 40 074 km, dus bij 1° hoort $\frac{1}{360} \cdot 40\,074$ km, dus bij $1'$ hoort $\frac{1}{60} \cdot \frac{1}{360} \cdot 40\,074 \approx 1,8553$ km. Dat is 1855,3 meter.

c Van 28,1° NB naar 17,6° NB over een meridiaan is $28,1° - 17,6° = 10,5°$.

$10,5° = 10,5° \cdot 60' = 630'$

Dus het schip legt in 28 uur 630 zeemijl af.

Zijn snelheid is dus $\frac{630}{28} = 22,5$ knopen.

bladzijde 47

3 **a** Omdat $\angle P = \angle M$ (Z-hoeken).

b $\cos(\angle P) = \frac{r}{MP}$ geeft $\cos(35°) = \frac{r}{6378}$, dus $r = 6378\cos(35°) \approx 5225$ km.

c De gevraagde omtrek is $2 \cdot \pi \cdot \text{Ans} \approx 32\,827$ km.

d De straal van de breedtecirkel op 52,4° NB is $6378\cos(52,4°) \approx 3892$ km.

De omtrek van de breedtecirkel op 52,4° NB is $2 \cdot \pi \cdot \text{Ans} \approx 24\,451$ km.

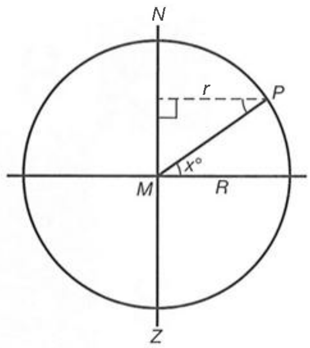
4 **a** Zie de figuur hiernaast.

$\angle P = \angle M = x°$ (Z-hoeken)

$\cos(\angle P) = \frac{r}{MP} = \frac{r}{R}$ met $\angle P = x°$ geeft $r = R\cos(x°)$

De formule voor de omtrek van een cirkel met straal r is $2\pi r$.

Dus voor de omtrek van een cirkel met straal $r = R\cos(x°)$ geldt omtrek $= 2\pi R\cos(x°)$.



b Deze breedtecirkel heeft een straal die twee keer zo klein is als de straal van de aarde, dus los op

$$2\pi R\cos(x°) = 2\pi \cdot \tfrac{1}{2}R$$
$$\cos(x°) = \tfrac{1}{2}$$
$$x = \cos^{-1}(\tfrac{1}{2}) = 60°$$

Dus op 60° NB of 60° ZB.

c Deze breedtecirkel heeft een straal die tien keer zo klein is als de straal van de aarde, dus los op

$$2\pi R\cos(x°) = 2\pi \cdot \tfrac{1}{10}R$$
$$\cos(x°) = \tfrac{1}{10}$$
$$x = \cos^{-1}(\tfrac{1}{10}) \approx 84,3°$$

Dus op 84,3° NB of 84,3° ZB.

5 **a** Van 58° WL naar 151° OL over de breedtecirkel is $58° + 151° = 209°$, dus je neemt $360° - 209° = 151°$.

De omtrek van de breedtecirkel op 34° ZB is omtrek $= 2\pi \cdot 6378 \cdot \cos(34°) \approx 33\,223$ km.

De gevraagde afstand is $\frac{151°}{360°} \times \text{Ans} \approx 13\,935$ km.

b Van 34° ZB naar 34° ZB over de Zuidpool is $(90° - 34°) + (90° - 34°) = 56° + 56° = 112°$.

Over de Zuidpool is de afstand $\frac{112°}{360°} \times 40\,074 \approx 12\,467$ km.

Dus over de Zuidpool is deze afstand korter. Het scheelt $13\,935 - 12\,467 = 1468$ km.

6 Voor de cirkel op 41,5° NB geldt omtrek $= 2\pi \cdot (6378 + 10) \cdot \cos(41{,}5°)$.
Van 2° OL naar 74° WL is $2° + 74° = 76°$.
De afgelegde afstand is $\frac{76°}{360°} \cdot 2\pi \cdot (6378 + 10) \cdot \cos(41{,}5°) \approx 6346$ km.
Voor de cirkel over de Noordpool geldt omtrek $= 2\pi \cdot (6378 + 10)$.
Van 41,5° NB naar 41,5° NB over de Noordpool is $(90° - 41{,}5°) + (90° - 41{,}5°) = 48{,}5° + 48{,}5° = 97°$.
De afgelegde afstand is $\frac{97°}{360°} \cdot 2\pi \cdot (6378 + 10) \approx 10\,815$ km.
Dus vliegtuig I is eerder in New York.
Vliegtuig I doet er $\frac{6346}{900} \cdot 60 \approx 423$ minuten over.
Vliegtuig II doet er $\frac{10\,815}{900} \cdot 60 \approx 721$ minuten over.
De aankomsttijden verschillen $721 - 423 = 298$ minuten.

Wiskundige vaardigheden

bladzijde 48

■	1 M 3	2 P 4	■	3 R 1	S 9	■	4 T 2	U 5	■
5 U 2	■	6 T 1	7 S 9	■	■	8 R 8	P 7	■	9 O 2
10 U 5	11 A 1	■	12 E 1	13 O 9	14 I 3	O 5	■	15 I 8	E 6
■	16 M 8	17 N 3	■	18 B 1	A 0	■	19 G 4	H 9	■
20 A 7	■	21 E 4	22 P 4	■	■	23 Q 7	U 0	■	24 V 1
W 3	■	25 K 7	K 5	■	■	26 E 6	O 1	■	I 9
■	27 B 7	B 1	■	28 L 5	29 E 7	■	30 S 2	31 D 2	■
32 Z 4	Z 0	■	33 A 1	E 0	L 0	34 M 1	■	35 D 8	36 E 3
C 1	■	37 H 9	I 1	■	■	38 T 7	39 D 2	■	V 2
■	40 Z 7	A 3	■	41 E 3	I 6	■	42 O 5	U 5	■

De geheime boodschap is PRIMA GEPUZZELD.