Wiskunde hoofdstuk 5

Machten en negatieve exponenten

* ap x aq = ap+q
* $\frac{ap}{aq}=$ ap-q
* (ap)q = ap x q
* (ab)p = ap bp
* $\frac{1}{ap}=$ a-p
* $\sqrt[q]{a}$p = a$ \frac{p}{q}$
* $\frac{3a2}{\sqrt[4]{a}3}$ = 3a2 x a$-\frac{3}{4}$ = 3a$1\frac{1}{4}$

Grafiek machtsfunctie

* Grafiek translatie (p,q) beeldgrafiek

Y = axn y = a(x-p)n + q

* Grafiek verm. X as, a beeldgrafiek

Y = xn y = axn

Domein en bereik (wortelfuncties)

* Het **domein** van een functie bestaat uit alle originelen. (x)
* Het **bereik** van een functie bestaat uit alle beelden. (y)
* **Randpunt**: ergens waar de grafiek direct stopt. (0,0)
* Nadat de translatie heeft plaatsgevonden kan je uit je gegevens je *randpunten, domein en bereik* halen.
* $y= \sqrt{x+4}+2$

Randpunt (-4,2)

Domein [-4, 🡪}

Bereik [2,🡪}

Wortelvergelijking oplossen

* Kwadrateer het linker en rechter lid, het wortelteken verdwijnt. (Isoleer)$\sqrt{2x-3}=5$

Los de vergelijking op. 2x-3 = 25

 2x = 28

 X = 14

De abc-formule

* Bereken de Discriminant met **D = b² - 4** $∙$ **a** $∙$ **c**
* Bereken de x-jes me 2 verschillende formules**:** $x= \frac{-b+ \sqrt{D}}{2 ∙a}$ en$x= \frac{-b- \sqrt{D}}{2 ∙a}$

Transformatie bij exponentiële functies



De logaritme

* In 2log(8) is 2 het **grondgetal van de logaritme 🡪** 2log(23) = 3
* Uit glog(x) = y volgt x = gy 🡪 2log(x) = 5 geeft x = 25

 glog(x) = 5 geeft x = g5

 glog(x) = 5 geeft x = gy

Wiskunde hoofdstuk 6

Hellinggrafiek en afgeleide functie

* Een ander woord voor hellingsfunctie is de afgeleide functie. 🡪 **Differentiëren**

Formule raaklijn met afgeleide of gegeven RC

* **F’(a)** is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn van de grafiek van f in het punt **A(a, f(a))**
* Als je dus de formule moet opstellen begin je altijd met de functie differentiëren
* De rc is dus het antwoord van de afgeleide functie waar X is ingevuld.
* Als de rc al is gegeven dan wordt het F’(x) = RC 🡪 x vul je vervolgens in de originele functie en zo heb je je punten.

De afgeleide van f(x) = xn voor negatieve n

* **Afspraak**: bij het differentiëren mag je in het antwoord alleen negatieve exponenten laten staan als de functie zelf ook met negatieve exponenten is gegeven.
* Zorg ervoor dat je de gebroken vergelijking wegwerkt voordat je de functie gaat differentiëren.

De afgeleide van f(x) = xn voor elke n van R

* **F(x)= xn geeft f’(x)= nxn-1 voor elke n van R.**

Extreme waarde/ Toppen met de afgeleide berekenen

* Hier is een werkschema voor:
1. Bereken f’(x)
2. Los algebraïsch de vergelijking f’(x) =0 op.
3. Voer de formule van f in de Gr, plot de grafiek en schets de grafiek in je schrift. Kijk in de grafiek of je met een maximum of een minimum te maken hebt.
4. Bereken de y-coördinaten van de toppen en noteer het antwoord in de vorm: max. is f(…) = …. En min. is f(…) = …

De afgeleide van f(x) = (ax+b)n met n geheel

* F(x) = x2 – (3x – 1)4

F’(x)= 2x-4(3x – a)3 $∙$ 3

F’(x)= 2x-12(3x – 1)3

De afgeleide van f(x) = (ax+b)n voor elke n van R

* **F(x) = c** $∙$ **(ax + b)n** geeft **f’(x) = c** $∙$ **n(ax + b)n-1** $∙a$ voor elke n van R
* F(x) = 3(5x – 6) $\frac{2}{3}$(macht)

F’(x)= 3 $∙ \frac{2}{3}$ (5x – 6)-$\frac{1}{3}$ $∙$ 5

F’(x)= 10(5x – 6)- $\frac{1}{3}$

De ketting regel

* Samengestelde functies: **f(x) = g(h(x))** geldt **f’(x) = g ‘(h(x))** $∙$ **h’(x)**
* **Twee voorbeelden:**
1. F(x) = (3x – 7)5 is g(x) = x5 en h(x) = 3x – 7 en dit geeft volgens de kettingregel 🡪

F’(x)= 5(3x – 7)4 $∙$ 3 = 15(3x – 7)4

1. K(x) = (3x2 – 7x)5

K’(x)= 5(3x2 – 7x)4 $∙$ (6x – 7)

Wiskunde hoofdstuk 7

Onderlinge ligging van lijnen

* K: ax + by = c

L: px + qy = r

* De lijnen hebben een snijpunt en het stelsel heeft **één oplossing** als $\frac{a}{p}\ne \frac{b}{q}$
* De lijnen zijn evenwijdig en het stelsel heeft **geen oplossing** als $\frac{a}{p}=\frac{b}{q}\ne \frac{c}{r}$
* De lijnen vallen samen en het stelsel heeft **oneindig veel oplossingen** als $\frac{a}{p}=\frac{b}{q}=\frac{c}{r}$

Onderling loodrechte lijnen

* **ax + ab = c**, staat loodrecht op **bx – ay = d**

Hoek tussen twee lijnen

* Voor de richtingshoek $α$ van lijn K geldt $\tan(\left(α\right)=RC)$k  dus $α=tan$**-1**
* Voor de hoek $∅$ tussen de lijnen K en L berekenen we eerst de richtingshoek $α en β$ van K en L
* We berekenen $∅$ vervolgens als volgt:
* $∅= α-β als α-β \leq 90°$
* $∅=180°-\left(α-β\right) als α-β>90° $

Afstand tussen twee punten A en B

* $d\left(A,B\right)= \sqrt{(x\_{b}-x\_{a})^{2}+(y\_{b}-y\_{a})^{2}} $
* De coördinaten van het midden M van AB zijn: $x\_{m}= \frac{1}{2}\left(x\_{b}-x\_{a}\right) en y\_{m}= \left(y\_{b}-y\_{a}\right)$

Afstand punt tot lijn

1. Stel de loodrechte lijn bij je gekregen lijn op
2. Bereken mbv. Een stelsel het snijpunt van beide lijnen
3. Bereken $d\left(A,S\right)= d(A,K)$

De cirkel vergelijking

* $M(x\_{m},y\_{m})$
* $c: (x-x\_{m})^{2}+(y-y\_{m})^{2}=r^{2}$
* Raaklijn K aan een cirkel gelijkstellen? 🡪 $d\left(M,K\right)= r$

De afstand van een punt tot een cirkel

* Punt A **binnen** de cirkel? 🡪 $d\left(A,C\right)=r- d(A,M)$
* Punt B **buiten** de cirkel> 🡪 $d\left(B,C\right)= d\left(B,M\right)-r$

Kwadraat afsplitsen

$\uparrow $Middelpunt $\uparrow $ $\uparrow $**r2** $\uparrow \uparrow $

* $x^{2}+ax+b+ y^{2}+cy=0$
* $(x+ \frac{1}{2}a)^{2}- \frac{1}{4}a^{2}+(y+ \frac{1}{2}c)^{2}- \frac{1}{4}c^{2}+b=0$
* $\left(x+ \frac{1}{2}a\right)^{2}+(y+ \frac{1}{2}c)^{2}= \frac{1}{4}a^{2}+ \frac{1}{4}c^{2}- b$

Raaklijnen aan cirkels

* Opstellen van een vergelijking van een raaklijn k aan een cirkel c met middelpunt M in een gegeven punt A op c.
1. Bereken de RCl van de lijn l door M en A. 🡪 kwadraat afsplitsing
2. Gebruik k *loodrecht* l, dus **RCk** $∙$ **RCl = -1,** om de richtingscoëffiënt rck van k te berekenen
3. Gebruik rck en de coördinaten van A om een vergelijking van K op te stellen. Gebruik y = ax + b

Snijpunten van lijnen en cirkels

1. Schrijf indien nodig je lijn om naar **y = ax + b**
2. Substitueer x of y vanuit de lijn in de cirkel
3. Los op de kwadratische vergelijking die je dan krijgt op. Herschrijf hem dus.
4. Bereken de discriminant 🡪

$D >0 $**: 2 snijpunten**

$D =0$ **: de lijn raakt de cirkel**

$D <0 $**: geen snijpunten**

1. Vul in bij je lijn om de missende coördinaten te vinden.

Wiskunde hoofdstuk 8

Periodieke verbanden

* Periode 🡪 c = $\frac{2π}{T}$
* Evenwichtsstand 🡪 a = $\frac{max+min}{2}$
* Amplitude 🡪 b = max – a
* Beginpunt d 🡪 x waar je voor het eerst door een stijgende lijn gaat



Sinus en cosinus

* Xp = cos (a)
* Yp = sins (a)
* Draaing tegen de klok in : a positief
* Draaing met de klok mee: a negatief
* Hoek a reken je alijd eerst naar een getal tussen o en 360$°$ toe

De grafieken van sinus en cosinus

Transformaties bij goniometrische functies

|  |  |
| --- | --- |
| Transformaties  | Beeldgrafiek  |
| Translatie (0, a)  | Y = a + sin (x) |
| Verm. X-as, b  | Y = b sin (x) |
| Verm. Y-as, $\frac{1}{c}$ | Y = sin (cx) |
| Translatie (d, 0) | Y = sin (x-d)  |

Kenmerken Sinosoïde

* Twee vormen:
1. Y = a + b sin (c(x-d) 🡪 beginpunt (d, a)
2. Y = a + b cos (c(x-d) 🡪 beginpunt (d, a +b)
* Amplitude is b als b > 0 en is -b als b< 0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Sinus  | Cosinus  |
| B > 0 / amp > 0 | Stijgend door (d,a)  | (d, a + b) is hoogste punt |
| B < 0 / amp < 0  | Dalend door (d,a) | (d, a + b) is laagste punt |

Formule van sinusoïde opstellen

* Y = a + b sin (c(x-d)

a = evenwichtsstand b = amplitude

c= periode (d,a) = beginpunt

Twee vormen van sinus/ cosinus

Vb: sin (2x) cos(2x)

1. X = 2x + k $∙$ 2$π$ x = 2x + k $∙$ 2$π$
2. X = $π$ – 2x + k $∙$ 2$π$ x = - 2x + k $∙$ 2$π$

Wiskunde hoofdstuk 9

Exponentiële groei

* N= b $∙$ gt
* B = beginwaarde, G= groeifactor per tijdseenheid
* Afronden 🡪 percentages, 1 decimaal en groeifactoren, 3 decimalen
* **Vb:** exponentiele groei met een groeifactor van 0,6 per dag

gdag = 0,6

gweek = 0,67 = 0,028

guur = 0,6$ \^\frac{1}{24}$ = 0,979

Verdubbelingstijd en halveringstijd

* Verdubbelingstijd 🡪 bij groeifactor g bereken je de verdubbelingstijd T door de vergelijking **gt= 2** op te lossen.
* Halveringstijd 🡪 bij groeifactor g bereken je halveringstijd T door de vergelijking **gt=** $\frac{1}{2}$

Logaritmen bij vergelijkingen

* **glog(x) = y** geeft **x= gy**
* **gx= a** geeft **x = glog (a)**

Logaritme met grondtal 10

* In gr druk je OPTN, CALC, logab in.
* **Vb**: 3log (5) 🡪 in GR log3 (5)

Rekenregels

* glog(a) + glog(b) = glog (a x b)
* glog(a) - glog(b) = glog ($\frac{a}{b}$ )
* p x glog(a) = glog(ap)
* glog(a) = $\frac{p\^log (a)}{p\^log⁡(g)}$
* glog(a) = glog(b) geeft A = B
* glog(a)= B geeft A = gb

Exponentiële formules en machtsformules omwerken

* We kunnen de formule N = b $∙$ gt omschrijven tot log (N) = pt $∙$ q met de rekenregels.
* Formule y= axp omschrijven tot log(y) = q + r $∙$ log (x)
* Geen grondgetal bij log? 🡪 10log (…) 🡪 altijd 10 gebruiken dan

Rekenregels en transformaties

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Transformatie  | Grafiek  | Beeldgrafiek  |
| Verm. X-as, a | Y= gx | Y= a $∙$ gx |
|  | Y = glog(x) | Y = a $∙$ glog (x) |
| Verm. Y-as, b | Y= gx | Y = g ^ $\frac{1}{b}$ |
|  | Y = glog(x) | Y = glog($\frac{1}{b}$x) |
| Translatie (c,0) | Y= gx | Y = gx-c  |
|  | Y = glog(x) | Y = glog(x-c) |
| Translatie (0,d)  | Y= gx | Y= gx + d |
|  | Y = glog(x) | Y = glog(x) + d |

Wiskunde hoofdstuk 10

Rechthoekige driehoek (90$°$) :

* Stelling van Pythagoras: √a2 + b2 🡪 voor het berekenen van zijdes
* Sos- cas- toa 🡪 als je iets met hoeken moet doen

**Sos Cas Toa**

sin= o:s cos= a: s tan= o:a

o = sin x s a = cos x s o = tan x a

s= o : sin s= a : cos a = o : tan

**hoek berekenen : shift 🡪**

sin-1  (o:s) cos-1 (a:s) tan-1 (o:a)



Geen rechthoekige driehoek:

1. **Sinusregel**: $\frac{a}{\sin((∠A))}= \frac{b}{\sin((∠B))}= \frac{c}{\sin((∠C))}$
* Bij de sinusregel staat🡪 hoek A tegenover lijn a, hoek B tegenover lijn b en hoek C tegenover lijn c.
* Stomphoekige driehoek 🡪 sin (180$°$ - ∠A) = sin(∠A)
* Je gebruikt de sinus bij 🡪 2 zijdes + 1 hoek of 2 hoeken + 1 zijde
1. **Cosinusregel**: a2 = b2 + c2 – 2bc cos (∠A)

b2 = a2 + c2 – 2ac cos (∠B)

c2 = a2 + b2 – 2ab cos (∠C)

* Je gebruikt de cosinus bij 🡪 3 zijdes of 2 zijden + 1 bijbehorende hoek
* Stomphoekige driehoek 🡪 cos (180$°$ - ∠A) = -cos (∠A)

 Gelijkvormigheid:

* Altijd aantonen met 2 beweringen: $\~$
* f- hoeken/ z- hoeken
* gegeven info
* overstaande hoeken (in een kruis)

Wiskunde hoofdstuk 11

(Omgekeerd) Evenredig

* Y is **evenredig** met xp 🡪 y = axp
* Y is **omgekeerd** evenredig met xp 🡪 xy = a oftewel y = $\frac{a}{x^{p}}$

Variabele vrijmaken bij y= axp

* Ap = B geeft A = $B^{\frac{1}{p}}$

Aantonen dat y evenredig is met xp bij een tabel

1. Bereken biij elk paar (x.y) het quotiënt $\frac{y}{x^{p}}$
2. Verschillen deze quotiënten weinig, dan is y evenredig met xp

Asymptoten vinden bij grafieken van gebroken functies 🡪 $\frac{ax+b}{cx+d}$

* **Verticale asymptoot** 🡪 noemer gelijk aan 0 stellen 🡪 cx + d = 0
* **Horizontale asymptoot** 🡪 beredeneer wat de functiewaarde wordt voor grote x 🡪 $\frac{ax}{cx}= ?$