9 Statistiek

Voorkennis Procenten en centrummaten

bladzijde 144

1
a 38% van 875 is 0,38 × 875 = 332,5.
b 3,2% van 175 is 0,032 × 175 = 5,6.
c 0,12% van 1850 is 0,0012 × 1850 = 2,22.
d 6,08% van 720 is 0,0608 × 720 = 43,776.
e 99,8% van 14 is 0,998 × 14 = 13,972.
f 0,02% van 4500 is 0,0002 × 4500 = 0,9.

2
a 18 van 53 is $\frac{18}{53} \times 100\% \approx 34{,}0\%$.
b 172 van 891 is $\frac{172}{891} \times 100\% \approx 19{,}3\%$.
c 3,6 van 283 is $\frac{3{,}6}{283} \times 100\% \approx 1{,}3\%$.
d 74 van 76,3 is $\frac{74}{76{,}3} \times 100\% \approx 97{,}0\%$.
e 826 200 van 3 miljoen is $\frac{826\,200}{3\,000\,000} \times 100\% \approx 27{,}5\%$.
f 3,2 miljard = 3200 miljoen
87 miljoen van 3,2 miljard is $\frac{87}{3200} \times 100\% \approx 2{,}7\%$.

3
a 434 van 10 099 is $\frac{434}{10\,099} \times 100\% \approx 4{,}3\%$.
b 48,6% van 10 099 is 0,486 × 10 099 ≈ 4908.
Dus 4908 snackbars.
c 2009 van 10 099 is $\frac{2009}{10\,099} \times 100\% \approx 19{,}9\%$.
d 9,1% van 10 099 is 0,091 × 10 099 ≈ 919.
919 − 246 = 673
Het gevraagde percentage is $\frac{673}{919} \times 100\% \approx 73{,}2\%$.

4
a 190 van 2307 is $\frac{190}{2307} \times 100\% \approx 8{,}2\%$.
b 6,5% van 2307 is 0,065 × 2307 ≈ 150.
Dus dat zijn 150 lunchrooms.
In de top-10 van de grootste lunchroomketens is het aandeel van Délifrance $\frac{150}{583} \times 100\% \approx 25{,}7\%$.

bladzijde 145

c 583 van 2307 is $\frac{583}{2307} \times 100\% \approx 25{,}3\%$.
d 13,2% van 16,7 miljoen is 0,132 × 16,7 miljoen ≈ 2 200 000.
Dus dat zijn 2 200 000 Nederlanders.

5
a gemiddelde $= \frac{13+6+11+6+17+18+6+14+17}{9} = \frac{108}{9} = 12$
getallen in volgorde: 6 6 6 11 13 14 17 17 18
mediaan = 13
modus = 6
b gemiddelde $= \frac{8+2+7+8+8+3+5+1}{8} = \frac{42}{8} = 5{,}25$
getallen in volgorde: 1 2 3 5 7 8 8 8
mediaan $= \frac{5+7}{2} = 6$
modus = 8
c gemiddelde $= \frac{42+48+53+37+48+48}{6} = \frac{276}{6} = 46$
getallen in volgorde: 37 42 48 48 48 53

© Noordhoff Uitgevers bv

$\text{mediaan} = \dfrac{48 + 48}{2} = 48$

modus = 48

6 a $\text{gemiddelde} = \dfrac{18 + 21 + 18 + 19 + 17 + 18 + 13 + 18 + 21 + 23}{10} = \dfrac{186}{10} = 18{,}6$

getallen in volgorde: 13 17 18 18 18 18 19 21 21 23

$\text{mediaan} = \dfrac{18 + 18}{2} = 18$

modus = 18

b $\text{gemiddelde} = \dfrac{128 + 117 + 15 + 15}{4} = \dfrac{275}{4} = 68{,}75$

getallen in volgorde: 15 15 117 128

$\text{mediaan} = \dfrac{15 + 117}{2} = 66$

modus = 15

7 $\text{gemiddelde} = \dfrac{33 + 30 + 38 + \ldots + 35 + 36}{20} = \dfrac{704}{20} = 35{,}2$

getallen in volgorde: 29 30 32 33 33 33 34 35 35 35 35 36 36 37 38 38 38 38 39 40

$\text{mediaan} = \dfrac{35 + 35}{2} = 35$

Er is geen modus.

9.1 Frequentietabellen en centrummaten

bladzijde 146

1 a Op 9 grandslamtoernooien was er in de periode 2000-2013 geen enkele Nederlandse overwinning.
b Op $3 + 2 + 2 + 2 + 1 = 10$ grandslamtoernooien waren er meer dan vier Nederlandse overwinningen.
c Er waren in totaal $9 \times 0 + 14 \times 1 + 12 \times 2 + 6 \times 3 + 5 \times 4 + 3 \times 5 + 2 \times 6 + 2 \times 7 + 2 \times 9 + 1 \times 11 = 146$ Nederlandse overwinningen.

bladzijde 147

2 a totale frequentie $= 1 + 9 + 4 + 14 + 18 + 2 + 5 + 6 + 2 = 61$

$\text{gemiddelde} = \dfrac{1 \cdot 80 + 9 \cdot 81 + 4 \cdot 82 + 14 \cdot 83 + 18 \cdot 84 + 2 \cdot 85 + 5 \cdot 86 + 6 \cdot 87 + 2 \cdot 88}{61} \approx 83{,}8$ minuten

b $\text{percentage} = \dfrac{1 + 9 + 4 + 14}{61} \times 100\% \approx 45{,}9\%$

c De tijd tussen de uitbarstingen is
$1 \cdot 80 + 9 \cdot 81 + 4 \cdot 82 + 14 \cdot 83 + 18 \cdot 84 + 2 \cdot 85 + 5 \cdot 86 + 6 \cdot 87 + 2 \cdot 88 = 5109$ minuten.
De tijd van de uitbarstingen is $62 \cdot 3 = 186$ minuten.
De totale tijd is $5109 + 186 = 5295$ minuten. Dat is 88 uur en 15 minuten.

bladzijde 148

3 a totale frequentie $= 5 + 7 + 13 + 21 + 18 + 26 + 5 + 11 + 14 = 120$

$\text{gemiddelde} = \dfrac{5 \cdot 18 + 7 \cdot 19 + 13 \cdot 20 + 21 \cdot 21 + 18 \cdot 22 + 26 \cdot 23 + 5 \cdot 24 + 11 \cdot 25 + 14 \cdot 86}{120} \approx 22{,}3$

b De relatieve frequentie van het waarnemingsgetal 23 is $\dfrac{26}{120} \times 100\% \approx 21{,}7\%$.

c $\text{percentage} = \dfrac{5 + 7}{120} \times 100\% = 10\%$

d 120 percelen van 1 are geeft 120 are.
Dus de oppervlakte van het natuurgebied waarop paddenstoelen zijn geteld is 1,2 ha.

© Noordhoff Uitgevers bv

4 **a** totale frequentie $= 1+2+6+7+4+3+4+1 = 28$

gemiddelde $= \dfrac{1\cdot 3+2\cdot 4+6\cdot 5+7\cdot 6+4\cdot 7+3\cdot 8+4\cdot 9+1\cdot 10}{28} \approx 6{,}46$

b 20% van 28 is $0{,}20 \times 28 = 5{,}6$.
Dus van de waarnemingsgetallen 3, 4, 7, 8, 9 en 10 is de relatieve frequentie minder dan 20%.

c De totale score zonder de vierde inhaler is
$1\cdot 3+2\cdot 4+6\cdot 5+10\cdot 6+4\cdot 7+3\cdot 8+4\cdot 9+1\cdot 10 = 199$.
De totale score is $32 \cdot 6{,}5 = 208$.
$208 - 199 = 9$, dus de vierde inhaler had een 9.

5 **a** De bus waarin ze zat had pech.

b gemiddelde $= \dfrac{6+5+5+48+5}{5} = 13{,}8$ minuten

c Het gemiddelde geeft geen goede indruk van de reistijd.
Vier van de vijf tijden liggen ver onder het gemiddelde.
De uitschieter zorgt voor de verkeerde indruk.

bladzijde 150

6 **a** Bij 18 waarnemingsgetallen is de mediaan het gemiddelde van het 9^e^ en het 10^e^ getal.

b Bij 97 waarnemingsgetallen is de mediaan het 49^e^ getal.

c Bij 1000 waarnemingsgetallen is de mediaan het gemiddelde van het 500^e^ en het 501^e^ getal.

d Bij 2387 waarnemingsgetallen is de mediaan het 1194^e^ getal.

7 **a** totale frequentie $= 58+33+16+21+9+13 = 150$

gemiddelde $= \dfrac{58\cdot 1+33\cdot 2+16\cdot 3+21\cdot 4+9\cdot 5+13\cdot 6}{150} \approx 2{,}53$

b totale frequentie $= 150$, dus mediaan $= \dfrac{75^e \text{ getal} + 76^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{2+2}{2} = 2$.

modus $= 1$

c In totaal zijn $58\cdot 1+33\cdot 2+16\cdot 3+21\cdot 4+9\cdot 5+13\cdot 6 = 379$ personen geteld.

d percentage $= \dfrac{21+9+13}{150} \times 100\% \approx 28{,}7\%$

8 **a** Er zitten $12+10+2+5+3 = 32$ leerlingen in de klas.

b gemiddelde $= \dfrac{12\cdot 0+10\cdot 1+2\cdot 2+5\cdot 3+3\cdot 4}{32} \approx 1{,}3$

totale frequentie $= 32$, dus mediaan $= \dfrac{16^e \text{ getal} + 17^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{1+1}{2} = 1$.
modus $= 0$

c Willemijn berekent $12\cdot 0+10\cdot 1+2\cdot 2+5\cdot 3+3\cdot 4 = 41$.
Willemijn heeft geen gelijk als er broers en/of zussen in deze klas zitten.

9 **a** totale frequentie $= 19+26+41+3 = 89$

gemiddelde $= \dfrac{19\cdot 100+26\cdot 200+41\cdot 330+3\cdot 500}{89} \approx 248{,}7$ mL

totale frequentie $= 89$, dus mediaan $= 45^e$ getal $= 200$ mL.
modus $= 330$ mL

b De modus zal de keuze van de kantinebeheerder bepalen.
Meeste stemmen gelden.

© Noordhoff Uitgevers bv

10 **a** Van 47 fietsers is de leeftijd genoteerd.
b Vier fietsers zijn 57 jaar.
c De modus is 13 jaar.
d totale frequentie = 47, dus mediaan = 24^e getal = 23 jaar.
e gemiddelde $= \dfrac{3 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 10 + \ldots + 1 \cdot 60 + 1 \cdot 63 + 1 \cdot 68}{47} \approx 29{,}7$ jaar

11 **a** Over de heenreis doet ze $\dfrac{100}{80} = 1{,}25$ uur.
Over de terugreis doet ze $\dfrac{100}{50} = 2$ uur.
Over de heen- en de terugreis doet ze 3,25 uur.
gemiddelde snelheid $= \dfrac{200}{3{,}25} \approx 61{,}5$ km/uur
b $1{,}3 \times 1{,}1 = 1{,}43$
$g \times g = 1{,}43$
$g^2 - 1{,}43$
$g = \sqrt{1{,}43} \approx 1{,}1958$
Haar loon is gemiddeld per jaar met 19,58% gestegen.
c Haar loon is gemiddeld per jaar met $\dfrac{100 + 50}{2} = 75$ euro gestegen.
d Bij vraag a hoort het harmonisch gemiddelde.
Bij vraag b hoort het geometrisch gemiddelde.
Bij vraag c hoort het rekenkundig gemiddelde.
e Bij een lineair verband gebruik je het rekenkundig gemiddelde.
Bij een exponentieel verband gebruik je het geometrisch gemiddelde.
Bij een omgekeerd evenredig verband gebruik je het harmonisch gemiddelde.
f $\sqrt[4]{1{,}12 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}06 \cdot 1{,}02} \approx 1{,}069$
Haar salaris is gemiddeld per jaar met 6,9% gestegen.
g tapijt A is $\dfrac{10\,000}{50} = 200$ meter.
tapijt B is $\dfrac{10\,000}{20} = 500$ meter.
Voor 700 meter tapijt is 20 000 euro betaald.
Dat is gemiddeld $\dfrac{20\,000}{700} \approx 28{,}57$ euro per strekkende meter.

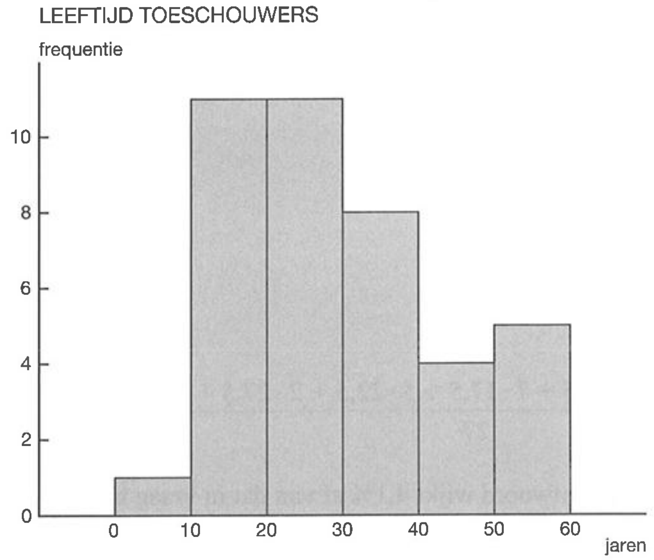
12 **a** Op drie ritten zijn 13 passagiers ingestapt.
b Op tien ritten zijn meer dan 40 passagiers ingestapt.
c Er waren die woensdag in totaal 26 ritten.
d De modus is 53.
e mediaan $= \dfrac{13^e \text{ getal} + 14^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{31 + 32}{2} = 31{,}5$
f gemiddelde $= \dfrac{2 + 6 + 8 + 9 + 2 \cdot 12 + \ldots + 51 + 52 + 4 \cdot 53}{26} \approx 30{,}7$
g Het maken van een frequentietabel bij dit onderzoek is niet zinvol omdat er veel verschillende waarnemingsgetallen met een kleine frequentie voorkomen.

© Noordhoff Uitgevers bv

13 **a**

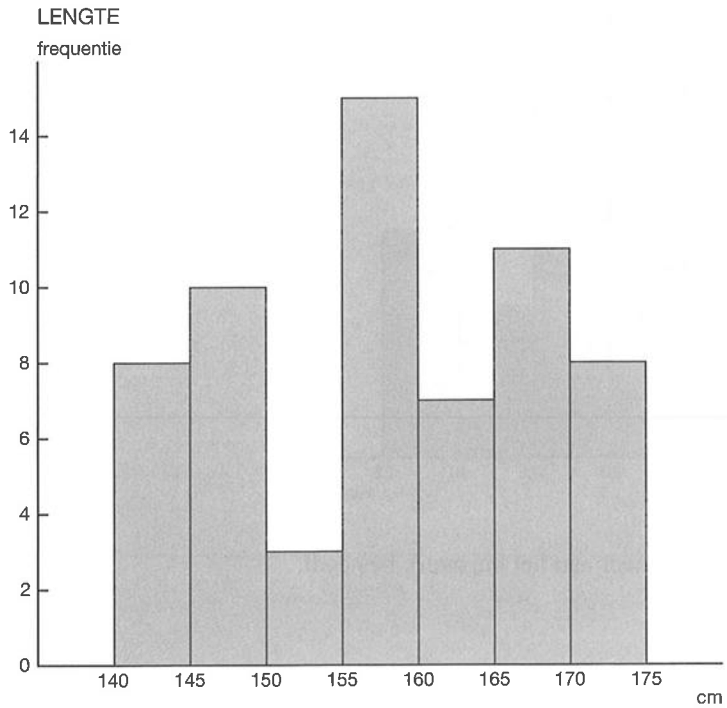
klasse	frequentie
$0 - < 10$	1
$10 - < 20$	11
$20 - < 30$	11
$30 - < 40$	8
$40 - < 50$	4
$50 - < 60$	5

b



c $1 + 11 + 11 + 8 = 31$ van de ondervraagden waren jonger dan 40 jaar.
Dat is $\frac{31}{40} \times 40\% = 77{,}5\%$.

14 **a**



b totale frequentie $= 8 + 10 + 3 + 15 + 7 + 11 + 8 = 62$

$$\text{gemiddelde} = \frac{8 \cdot 142{,}5 + 10 \cdot 147{,}5 + 3 \cdot 152{,}5 + 15 \cdot 157{,}5 + 7 \cdot 162{,}5 + 11 \cdot 167{,}5 + 8 \cdot 172{,}5}{62} \approx 158 \text{ cm}$$

© Noordhoff Uitgevers bv

15 **a** AANTAL KWARTIER AAN HUISWERK

0	4 7 8 8 8
1	1 2 2 2 3 5 6 6 6 7 7 8
2	0 1 1 3 3 5 8
3	0 1 2
tientallen	eenheden

b totale frequentie = 27

$$\text{gemiddelde} = \frac{4+7+3\cdot 8+\ldots+31+32}{27} \approx 17{,}2 \text{ kwartier}$$

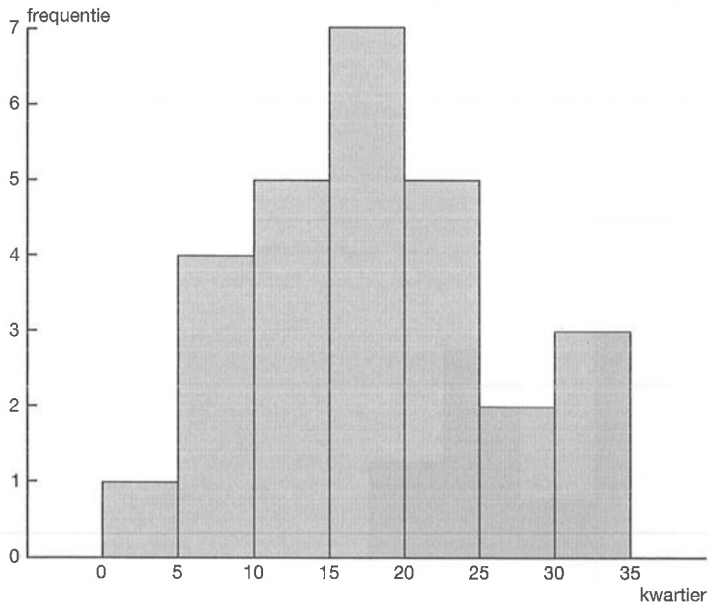
c

klasse	frequentie
$0-<5$	1
$5-<10$	4
$10-<15$	5
$15-<20$	7
$20-<25$	5
$25-<30$	2
$30-<35$	3

d $$\text{gemiddelde} = \frac{1\cdot 2{,}5+4\cdot 7{,}5+5\cdot 12{,}5+7\cdot 17{,}5+5\cdot 22{,}5+2\cdot 27{,}5+3\cdot 32{,}5}{27} \approx 17{,}9 \text{ kwartier}$$

$\frac{17{,}9-17{,}2}{17{,}2} \times 100\% \approx 4{,}1\%$, dus dit antwoord wijkt 4,1% af van dat in vraag b.

e TIJD AAN HUISWERK



f 6 uur is 24 kwartier.
Vijf leerlingen hebben 6 uur of meer aan het huiswerk besteedt.

Dat is $\frac{5}{27} \times 100\% \approx 18{,}5\%$.

© Noordhoff Uitgevers bv

9.2 Spreidingsmaten

bladzijde 154

16 **a** totale frequentie = 14, dus mediaan = $\frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$.

b eerste groep: 3 4 4 5 6 6 6
mediaan eerste groep = 5

c Dat zijn de cijfers die links van de mediaan van de eerste groep liggen.
Dus drie jongens krijgen steunles.

bladzijde 155

17 **a** getallen in volgorde: 26 32 38 51 54 58 62 62 67 70
mediaan = $\frac{54+58}{2} = 56$
eerste helft: 26 32 38 51 54
$Q_1 = 38$
tweede helft: 58 62 62 67 70
$Q_3 = 62$

b getallen in volgorde: 17 17 18 18 18 20 23 25 29 31 49 51 51
mediaan = 23
eerste helft: 17 17 18 18 18 20
$Q_1 = \frac{18+18}{2} = 18$
tweede helft: 25 29 31 49 51 51
$Q_3 = \frac{31+49}{2} = 40$

c getallen in volgorde: 1,7 1,9 2,6 3,2 6,3 7,9 8,3
mediaan = 3,2
eerste helft: 1,7 1,9 2,6
$Q_1 = 1{,}9$
tweede helft: 6,3 7,9 8,3
$Q_3 = 7{,}9$

18 totale frequentie = 4 + 2 + 3 + 7 + 8 + 5 + 1 = 30
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 15.
$Q_1 = 8^e$ getal = 5
$Q_3 = 23^e$ getal = 9

19 **a** Het onderzoek van Freek duurde $8 \cdot 2 + 18 \cdot 3 + 23 \cdot 4 + \ldots + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 12 = 420$ seconden.
Dus 7 minuten.
Het onderzoek van Mathilde duurde $5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + \ldots + 6 \cdot 11 + 4 \cdot 12 = 600$ seconden.
Dus 10 minuten.

b Freek heeft $8 + 18 + 23 + \ldots + 3 + 4 = 82$ tijden geregistreerd, dus hij heeft tijdens zijn onderzoek 83 auto's zien voorbijrijden.

c De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen van Freek in twee groepen van 41.
$Q_1 = 21^e$ getal = 3
$Q_3 = 62^e$ getal = 6

d Mathilde heeft $5 + 3 + 7 + \ldots + 6 + 4 = 81$ tijden geregistreerd
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen van Mathilde in twee groepen van 40.
$Q_1 = \frac{20^e \text{ getal} + 21^e \text{ getal}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$
$Q_3 = \frac{61^e \text{ getal} + 62^e \text{ getal}}{2} = \frac{9+9}{2} = 9$

© Noordhoff Uitgevers bv

e Het eerste kwartiel van de waarnemingen van Freek is 3 en dat van Mathilde 6, terwijl het derde kwartiel van de waarnemingen van Freek 6 is en dat van Mathilde 9,5. Dus bij Freek kwamen meer korte tijden tussen twee voorbijrijdende auto's voor dan bij Mathilde.
Dus Freek stond langs de drukste weg.

bladzijde 156

20 **a** Een medewerker werkt negen uur per dag.

b <u>medewerker *A*</u>

gemiddelde $= \dfrac{5+6+8+9+14+19+20+22+23}{9} = 14$

mediaan $= 14$

$Q_1 = \dfrac{6+8}{2} = 7$

$Q_3 = \dfrac{20+22}{2} = 21$

<u>medewerker *B*</u>

gemiddelde $= \dfrac{5+11+12+13+14+15+16+17+23}{9} = 14$

mediaan $= 14$

$Q_1 = \dfrac{11+12}{2} = 11{,}5$

$Q_3 = \dfrac{16+17}{2} = 16{,}5$

c Van *A* en *B* is het gemiddelde hetzelfde, en ook de mediaan is hetzelfde. Dus het gemiddelde en de mediaan geven geen goede indruk van het verschil in de werkzaamheden tussen *A* en *B*.
Het eerste en het derde kwartiel geven wel een goede indruk van het verschil in de werkzaamheden tussen *A* en *B*. Uit deze kwartielen volgt dat bij *A* een aantal rustige en een aantal drukke uren zijn voorgekomen, dus dat er een grotere spreiding in de drukte is. Bij *B* is de spreiding in drukte kleiner, het aantal klanten per uur ligt bij de meeste uren dicht bij het gemiddelde en de mediaan.

bladzijde 157

21 **a** getallen in volgorde: 1 2 3 4 5 5 6 6 6 6 6 7 8 8 8 8
totale frequentie = 16

mediaan $= \dfrac{8^e \text{ getal} + 9^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{6+6}{2} = 6$

$Q_1 = \dfrac{4^e \text{ getal} + 5^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{4+5}{2} = 4{,}5$

$Q_3 = \dfrac{12^e \text{ getal} + 13^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{7+8}{2} = 7{,}5$

spreidingsbreedte $= 8 - 1 = 7$
kwartielafstand $= 7{,}5 - 4{,}5 = 3$

b getallen in volgorde: 15 18 18 20 20 22 23 23 24 25
totale frequentie = 10

mediaan $= \dfrac{5^e \text{ getal} + 6^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{20+22}{2} = 21$

$Q_1 = 3^e$ getal $= 18$
$Q_3 = 8^e$ getal $= 23$
spreidingsbreedte $= 25 - 15 = 10$
kwartielafstand $= 23 - 18 = 5$

c getallen in volgorde: 14 15 15 19 20 21 22 22 22 22 26 27 29
totale frequentie = 13

© Noordhoff Uitgevers bv

mediaan = 7ᵉ getal = 22

$$Q_1 = \frac{3^e \text{ getal} + 4^e \text{ getal}}{2} = \frac{15 + 19}{2} = 17$$

$$Q_3 = \frac{10^e \text{ getal} + 11^e \text{ getal}}{2} = \frac{22 + 26}{2} = 24$$

spreidingsbreedte = 29 − 14 = 15
kwartielafstand = 24 − 17 = 7

22 totale frequentie = 1 + 5 + 5 + … + 4 + 5 = 98
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 49.
$Q_1 = 25^e$ getal = 73
$Q_3 = 64^e$ getal = 78
spreidingsbreedte = 82 − 70 = 12
kwartielafstand = 78 − 73 = 5

bladzijde 158

23 **a** Een grote spreidingsbreedte is gunstiger. De gesprongen afstanden liggen dan ver uit elkaar, dus ver van 7,34 m af. De verst gesprongen afstand is dan verder dan wanneer alle gesprongen afstanden in de buurt van 7,34 m liggen, dus verder dan bij een kleine spreidingsbreedte.
b In dit geval is een kleine spreidingsbreedte het gunstigst. Bij een grote spreidingsbreedte zullen bij die vijf aardbevingen er een aantal zitten met een kracht veel groter dan 4,6 op de schaal van Richter. En dat is ongunstig.

24 <u>histogram a</u>
totale frequentie = 1 + 4 + 18 + 4 + 1 = 28
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 14.

$$Q_1 = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \text{ kg}$$

$$Q_3 = \frac{21^e \text{ getal} + 22^e \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \text{ kg}$$

kwartielafstand = 3 − 3 = 0 kg

<u>histogram b</u>
totale frequentie = 18 + 5 + 2 + 5 + 18 = 48
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 24.

$$Q_1 = \frac{12^e \text{ getal} + 13^e \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \text{ kg}$$

$$Q_3 = \frac{36^e \text{ getal} + 37^e \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ kg}$$

kwartielafstand = 4 − 2 = 2 kg

<u>histogram c</u>
totale frequentie = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 80
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 40.

$$Q_1 = \frac{20^e \text{ getal} + 21^e \text{ getal}}{2} = \frac{2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{2} = 2\tfrac{1}{2} \text{ kg}$$

$$Q_3 = \frac{60^e \text{ getal} + 61^e \text{ getal}}{2} = \frac{3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}}{2} = 3\tfrac{1}{2} \text{ kg}$$

kwartielafstand = $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 1$ kg

Bij alle drie de histogrammen is de spreidingsbreedte 4 − 2 = 2 kg.
Bij histogram b is de kwartielafstand het grootst.
Dus bij histogram b is de spreiding het grootst.
Bij histogram a is de kwartielafstand het kleinst.
Dus bij histogram a is de spreiding het kleinst.

© Noordhoff Uitgevers bv

25 a <u>jongens</u>

totale frequentie $= 3 + 0 + 1 + \ldots + 2 + 1 = 15$
mediaan $= 8^e$ getal $= 4$ uur
$Q_1 = 4^e$ getal $= 2$ uur
$Q_3 = 12^e$ getal $= 8$ uur
spreidingsbreedte $= 10 - 0 = 10$ uur
kwartielafstand $= 8 - 2 = 6$ uur

<u>meisjes</u>

totale frequentie $= 4 + 3 + 3 + \ldots + 1 + 1 = 17$
mediaan $= 9^e$ getal $= 2$ uur

$$Q_1 = \frac{4^e \text{ getal} + 5^e \text{ getal}}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0{,}5 \text{ uur}$$

$$Q_3 = \frac{13^e \text{ getal} + 14^e \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3{,}5 \text{ uur}$$

spreidingsbreedte $= 10 - 0 = 10$ uur
kwartielafstand $= 3{,}5 - 0{,}5 = 3$ uur

b De spreiding bij de jongens is groter.

26 a Neem bijvoorbeeld $p = 83$ en $q = 0$.
Dan is totale frequentie $= 98$, $Q_1 = 25^e$ getal $= 5$, $Q_3 = 74^e$ getal $= 5$ en dus kwartielafstand $= 5 - 5 = 0$.

b Ga uit van $Q_1 = 4{,}5$ en $Q_3 = 5{,}5$ zodat kwartielafstand $= 5{,}5 - 4{,}5 = 1$.
In dat geval is 25% van de waarnemingsgetallen kleiner dan 4,5, dus 25% moet overeenkomen met $4 + 1 + 3 = 8$, dus de totale frequentie is dan 32.
Verder is dan ook 25% van de waarnemingsgetallen groter dan 5,5, dat zijn 8 waarnemingsgetallen.
Dus $q = 8 - 5 - 2 = 1$.
En dan is $p = 32 - 4 - 1 - 3 - 5 - 1 - 2 = 16$.
Dus voor bijvoorbeeld $p = 16$ en $q = 1$ is de kwartielafstand gelijk aan 1.

c Ga uit van $Q_1 = 4{,}5$ en $Q_3 = 6{,}5$ zodat kwartielafstand $= 6{,}5 - 4{,}5 = 2$.
In dat geval is 25% van de waarnemingsgetallen kleiner dan 4,5, dus 25% moet overeenkomen met $4 + 1 + 3 = 8$, dus de totale frequentie is dan 32.
Verder is dan ook 25% van de waarnemingsgetallen groter dan 6,5, dat zijn 8 waarnemingsgetallen.
Dus $q = 8 - 2 = 6$.
En dan is $p = 32 - 4 - 1 - 3 - 5 - 6 - 2 = 11$.
Dus voor bijvoorbeeld $p = 11$ en $q = 6$ is de kwartielafstand gelijk aan 2.

d Ga uit van $Q_1 = 3{,}5$ en $Q_3 = 6$ zodat kwartielafstand $= 6 - 3{,}5 = 2{,}5$.
In dat geval is 25% van de waarnemingsgetallen kleiner dan 3,5, dus 25% moet overeenkomen met $4 + 1 = 5$, dus de totale frequentie is dan 20.

In dat geval is $Q_3 = \dfrac{15^e \text{ getal} + 16^e \text{ getal}}{2} = 6$.

Dit krijg je door bijvoorbeeld $p = 5$ en $q = 0$ te nemen.
Dus voor bijvoorbeeld $p = 5$ en $q = 0$ is de kwartielafstand gelijk aan 2,5.

e Neem bijvoorbeeld $p = 0$ en $q = 0$.
Dan is totale frequentie $= 15$, $Q_1 = 4^e$ getal $= 2$, $Q_3 = 12^e$ getal $= 6$ en dus kwartielafstand $= 6 - 2 = 4$.

f Er zijn geen waarden van p en q zo, dat de kwartielafstand gelijk is aan 5.

© Noordhoff Uitgevers bv

9.3 De boxplot

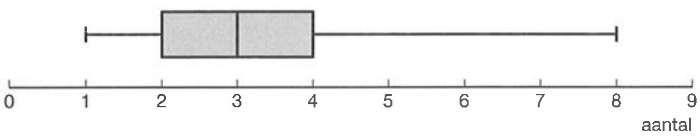
bladzijde 159

27 **a** Elke groep bestaat uit 25% van de waarnemingsgetallen.
b De mediaan verdeelt 50 waarnemingsgetallen in twee groepen van 25.
Deze groepen bevatten elk een oneven aantal waarnemingsgetallen.
Dus om de eerste helft op te splitsen in twee even grote groepen laat je het eerste kwartiel weg en om de tweede helft op te splitsen in twee even grote groepen laat je het derde kwartiel weg. Zo krijg je vier groepen van 12 waarnemingsgetallen.
Elke groep bestaat dan dus uit 24% van de waarnemingsgetallen.

bladzijde 160

28 getallen in volgorde: 1 1 1 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 8
totale frequentie = 19
kleinste getal = 1 en grootste getal = 8
mediaan = 10^e getal = 3
Q_1 = 5^e getal = 2 en Q_3 = 15^e getal = 4

PERSONEN PER HUISHOUDEN

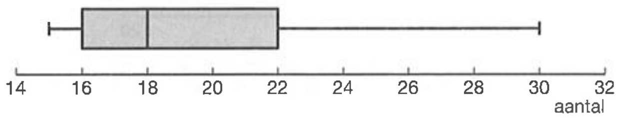


29 totale frequentie = 3 + 2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 1 = 14
kleinste getal = 15 en grootste getal = 30

$$\text{mediaan} = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{18 + 18}{2} = 18$$

Q_1 = 4^e getal = 16 en Q_3 = 11^e getal = 22

DOELPUNTEN NA 10 WEDSTRIJDEN



30 camera
getallen in volgorde: 16 17 18 18 19 19 20 20 20 21 22 22
totale frequentie = 12
kleinste getal = 16 en grootste getal = 22

$$\text{mediaan} = \frac{6^e \text{ getal} + 7^e \text{ getal}}{2} = \frac{19 + 20}{2} = 19{,}5$$

$$Q_1 = \frac{3^e \text{ getal} + 4^e \text{ getal}}{2} = \frac{18 + 18}{2} = 18 \text{ en } Q_3 = \frac{9^e \text{ getal} + 10^e \text{ getal}}{2} = \frac{20 + 21}{2} = 20{,}5$$

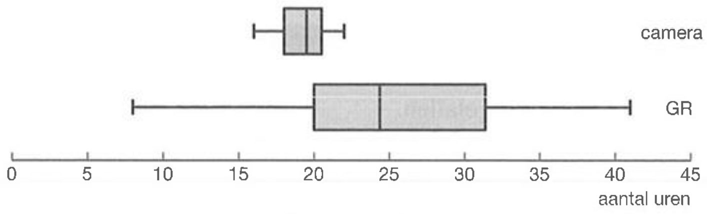
GR
getallen in volgorde: 8 16 18 22 24 24 25 28 30 33 34 41
totale frequentie = 12
kleinste getal = 8 en grootste getal = 41

$$\text{mediaan} = \frac{6^e \text{ getal} + 7^e \text{ getal}}{2} = \frac{24 + 25}{2} = 24{,}5$$

$$Q_1 = \frac{3^e \text{ getal} + 4^e \text{ getal}}{2} = \frac{18 + 22}{2} = 20 \text{ en } Q_3 = \frac{9^e \text{ getal} + 10^e \text{ getal}}{2} = \frac{30 + 33}{2} = 31{,}5$$

© Noordhoff Uitgevers bv

LEVENSDUUR BATTERIJEN



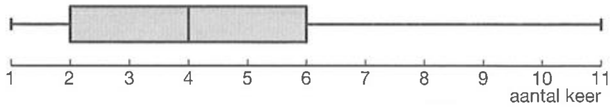
bladzijde 161

31 **a**

aantal keer	1	2	3	4	5	6	8	9	11
frequentie	6	5	3	6	2	2	3	3	1

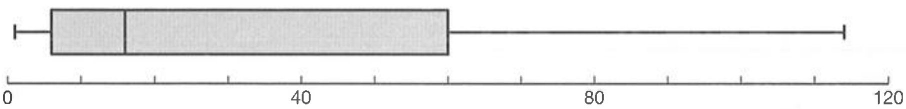
b totale frequentie = 31
kleinste getal = 1 en grootste getal = 11
mediaan = 16^e getal = 4
Q_1 = 8^e getal = 2 en Q_3 = 24^e getal = 6

DEELNAME AAN EUROPESE KAMPIOENSCHAP VOETBAL



32 **a** India heeft 114 wedstrijden gespeeld.
b Van 43 landen zie je het aantal wedstrijden dat een land in totaal gespeeld heeft.
Dus mediaan = 22^e getal = 16.
c kleinste getal = 1 en grootste getal = 114
Q_1 = 11^e getal = 6 en Q_3 = 33^e getal = 60

AANTAL WEDSTRIJDEN

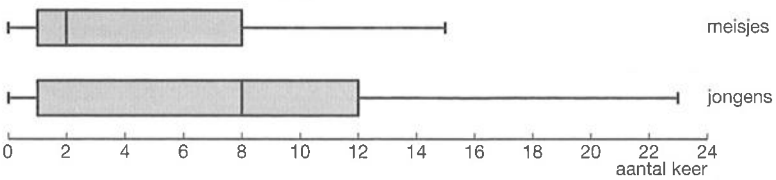


bladzijde 162

33 jongens
totale frequentie = 8 + 6 + 8 + 0 + 15 + 7 + 5 + 4 + 2 = 55
kleinste getal = 0 en grootste getal = 23
mediaan = 28^e getal = 8
Q_1 = 14^e getal = 1 en Q_3 = 42^e getal = 12

meisjes
totale frequentie = 13 + 10 + 8 + 9 + 6 + 3 + 4 + 2 + 0 = 55
kleinste getal = 0 en grootste getal = 15
mediaan = 28^e getal = 2
Q_1 = 14^e getal = 1 en Q_3 = 42^e getal = 8

AANKOPEN VIA E-COMMERCE



34 25% van de leerlingen krijgt meer dan 23 euro per week en 25% van de leerlingen krijgt minder dan 12 euro per week. Dat zijn in beide gevallen 0,25 × 120 = 30 leerlingen.
Dus wat Lex zegt klopt niet.

© Noordhoff Uitgevers bv

bladzijde 163

35 **a** $Q_1 = 16$ en $Q_3 = 28$, dus kwartielafstand $= 28 - 16 = 12$.
b 25% van de leerlingen had tussen de 24 en 28 punten.
Dat zijn $0{,}25 \times 160 = 40$ leerlingen.
75% van de leerlingen had minder dan 28 punten.
Dat zijn $0{,}75 \times 160 = 120$ leerlingen.
c De 25% bestscorende leerlingen scoorden tussen 28 en 38 punten.
d 20 ligt halverwege 16 en 24.
$25\% + \frac{1}{2} \times 25\% = 37\frac{1}{2}\%$, dus ongeveer $0{,}375 \times 160 = 60$ leerlingen scoorden minder dan 20 punten.

bladzijde 164

36 **a** Van soort C zijn de meeste appels zwaarder dan 130 gram.
Dat zijn er $0{,}75 \times 80 = 60$.
b Er zijn $0{,}50 \times 80 + 80 + 80 = 200$ appels zwaarder dan 118 gram.
c De zwaarste appel weegt 150 gram.
d Bij soort B is de kwartielafstand het kleinst.
Deze is $135 - 127 = 8$ gram.
e Uit de figuur volgen de conclusies 1 en 2.

37 **a** In de 25% koudste jaren in periode I lag de maximumtemperatuur tussen 9 °C en 12 °C.
b In de 75% warmste jaren in periode II lag de maximumtemperatuur tussen 15 °C en 27 °C.
c 75% van 16 jaar is $0{,}75 \times 16 = 12$.
Dus in twaalf jaren in periode I was de maximumtemperatuur onder 17 °C.
50% van 16 jaar is $0{,}50 \times 16 = 8$.
Dus in acht jaren in periode II was de maximumtemperatuur onder 17 °C.
d In periode I was de laagste maximumtemperatuur 9 °C, in periode II was dat 11 °C.
In periode I was de hoogste maximumtemperatuur 24 °C, in periode II was dat 25 °C.
In periode I waren er $0{,}25 \times 16 = 4$ jaren met een maximumtemperatuur boven 17 °C. In periode II waren dat er $0{,}50 \times 16 = 8$.

bladzijde 165

38 **a** In januari 2012 werd de website 147 000 keer bezocht.
b 75% van 24 maanden, dus $0{,}75 \times 24 = 18$ maanden telde de website meer dan 22 000 bezoekers.
c De spreiding rechts van de mediaan is groter dan links van de mediaan, dus het gemiddelde is groter dan de mediaan.
d Het aantal maanden met meer dan 125 000 bezoekers is $0{,}25 \times 24 = 6$.
Het aantal maanden met minder dan 22 000 bezoekers is $0{,}25 \times 24 = 6$.
Dus Marieke heeft geen gelijk.
e Erik kan gelijk hebben.
25% van 24 maanden is $0{,}25 \times 24 = 6$ maanden.
Stel dat de website in elk van deze 6 maanden 6000 keer werd bezocht.
Dan is het totaal $6 \times 6000 = 36000$ en dat is minder dan 40000.

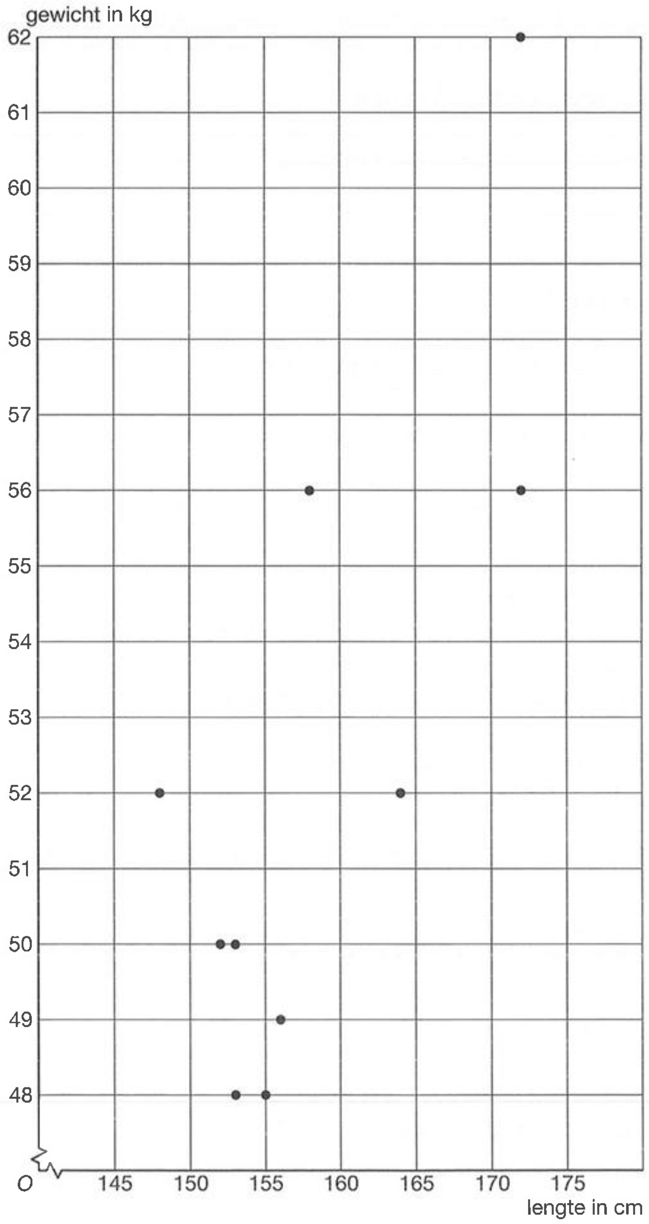
39 Bij A hoort III.
Bij B hoort IV.
Bij C hoort I.
Bij D hoort II.

9.4 Spreidingsdiagrammen

bladzijde 166

40 **a** Van 11 leerlingen zijn de gegevens verwerkt.
b Bea heeft schoenmaat 37 en is 155 cm lang.
c De langste leerling is 165 cm en heeft schoenmaat 38.
Dat is niet de grootste schoenmaat, want er is een leerling met schoenmaat 40.
d gemiddelde $= \dfrac{150 + 4 \cdot 155 + 2 \cdot 158 + 2 \cdot 160 + 163 + 165}{11} \approx 158$ cm

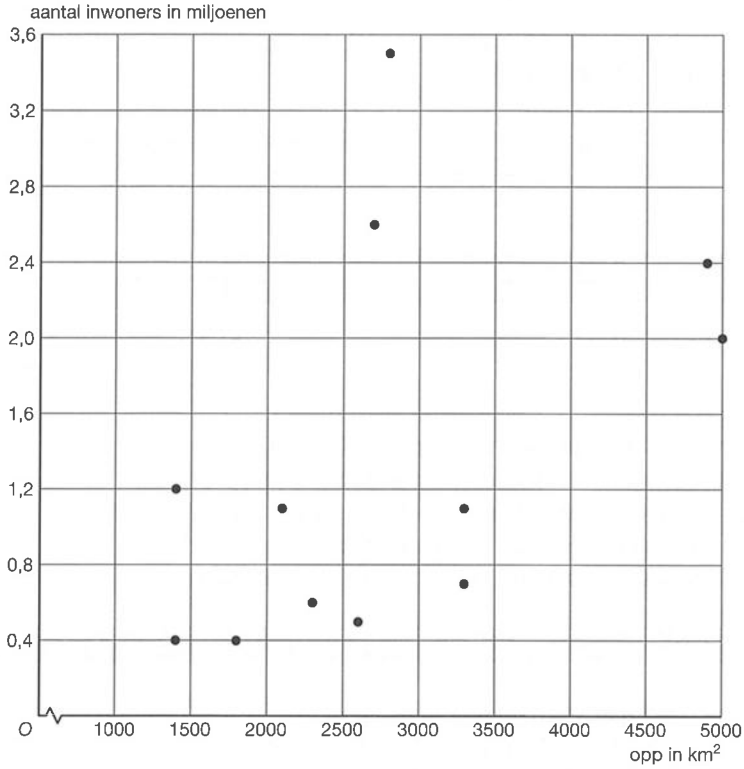
41 **a**



b gemiddelde $= \dfrac{52 + 56 + 62 + 56 + 49}{5} = 55$ kg
c gemiddelde $= \dfrac{153 + 152 + 153 + 156 + 155}{5} = 153{,}8$ cm
d Dat is niet altijd het geval. Er is bijvoorbeeld een leerling van 164 cm die 52 kg weegt, maar er is ook een leerling van 158 cm die 56 kg weegt.

© Noordhoff Uitgevers bv

42 a



b Dat is niet zo. De provincie met de meeste inwoners heeft niet de grootste oppervlakte.

c Je berekent de bevolkingsdichtheid per provincie met bevolkingsdichtheid $= \dfrac{\text{aantal inwoners}}{\text{oppervlakte}}$.
Je krijgt dan het aantal inwoners per km^2.

provincie	Gr	Fr	Dr	Ov	Flv	Gld	Ut	NH	ZH	Zld	NB	Lim
bevolkingsdichtheid	261	212	192	333	286	400	857	963	1250	222	490	524

Zuid-Holland heeft de grootste bevolkingsdichtheid en Drenthe de kleinste.

43 a Van negen leerlingen is de handlengte meer dan 17 cm.
Van drie leerlingen is de voetlengte minder dan 27 cm.

b Het is niet helemaal waar wat Lex zegt.
Degene met de kleinste handlengte heeft een grotere voetlengte dan twee andere leerlingen.
Maar in het algemeen gaat een grotere handlengte vaak gepaard met een grotere voetlengte.

c gemiddelde $= \dfrac{2 \cdot 24 + 26 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 28 + 3 \cdot 30 + 31 + 2 \cdot 32}{13} \approx 28{,}4$ cm

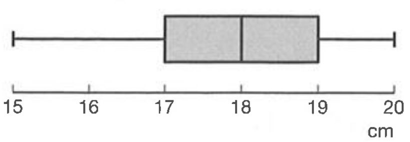
d De mediaan is het 7^e getal. Aflezen uit het diagram geeft mediaan = 18 cm.

e voetlengte modus = 30 cm
handlengte modus = 19 cm

f getallen in volgorde: 15 16 17 17 18 18 18 19 19 19 19 20 20
totale frequentie = 13
kleinste getal = 15 en grootste getal = 20
mediaan = 7^e getal = 18

$Q_1 = \dfrac{3^e \text{ getal} + 4^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{17+17}{2} = 17$ en $Q_3 = \dfrac{10^e \text{ getal} + 11^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{19+19}{2} = 19$

HANDLENGTE



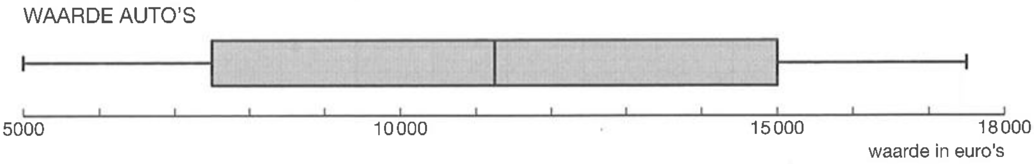
44 **a** totale frequentie = 16

$$\text{mediaan} = \frac{8^e \text{ getal} + 9^e \text{ getal}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4 \text{ jaar}$$

b kleinste getal = 5000 en grootste getal = 17 500

$$\text{mediaan} = \frac{8^e \text{ getal} + 9^e \text{ getal}}{2} = \frac{10\,000 + 12\,500}{2} = 11\,250$$

$$Q_1 = \frac{4^e \text{ getal} + 5^e \text{ getal}}{2} = \frac{7500 + 7500}{2} = 7500 \text{ en } Q_3 = \frac{12^e \text{ getal} + 13^e \text{ getal}}{2} = \frac{15\,000 + 15\,000}{2} = 15\,000$$



c De modus van de leeftijden is 4 jaar.

d Dat klopt niet. Hoe ouder een auto is, hoe minder hij waard wordt. Het kan voorkomen dat een oudere auto toch meer waard is dan een jongere. Het ene automerk is bijvoorbeeld duurder dan het andere automerk (een oude Porsche is meer waard dan een nieuwe Ford Ka). Ook kan een goed onderhouden oudere auto meer waard zijn dan een jongere auto met schade.

bladzijde 168

45 **a** Zweden en Noorwegen doen het qua vrijwilligers in de sport als percentage van de gehele bevolking van 18 jaar of ouder beter dan Nederland en ook qua vrijwilligers in de sport als percentage van alle vrijwilligers.

b Het Verenigd Koninkrijk, Finland, Luxemburg, Frankrijk, België, Ierland, Slovenië, Duitsland, Denemarken, Nederland, Zweden en Noorwegen doen het qua vrijwilligers in de sport als percentage van alle vrijwilligers beter dan Portugal.

c Bij het Verenigd Koninkrijk is 6% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 26% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Finland zijn deze percentages respectievelijk 4% en 32%.
Bij het Oostenrijk is 5% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 22% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Portugal zijn deze percentages respectievelijk 3% en 24%.
Bij het België is 8% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 35% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Ierland zijn deze percentages respectievelijk 6% en 35%.

d 5% van 6,8 miljoen is $0{,}05 \times 6{,}8 = 0{,}34$ miljoen vrijwilligers in de sport van 18 jaar of ouder in Oostenrijk.
22% van alle vrijwilligers is vrijwilliger in de sport, dus

$$0{,}22 \times \text{TOTAAL} = 0{,}34 \text{ miljoen ofwel TOTAAL} = \frac{0{,}34 \text{ miljoen}}{0{,}22} \approx 1{,}5 \text{ miljoen}$$

vrijwilligers in Oostenrijk.

e In Luxemburg zijn $0{,}36 \times 75\,000 = 27\,000$ vrijwilligers in de sport actief.
Van de totale bevolking van 18 jaar of ouder is 6% als vrijwilliger actief,

$$\text{dus } 0{,}06 \times \text{TOTAAL} = 27\,000 \text{ ofwel TOTAAL} = \frac{27\,000}{0{,}06} = 450\,000$$

Luxemburgers van 18 jaar of ouder.

f 4% van de Finnen van 18 jaar of ouder is vrijwilliger in de sport.
Hieruit volgt $0{,}04 \times$ aantal Finnen van 18 jaar of ouder = aantal vrijwilligers in de sport ... (1).
32% van de vrijwilligers is vrijwilliger in de sport.
Hieruit volgt $0{,}32 \times$ aantal vrijwilligers = aantal vrijwilligers in de sport ... (2).
Uit (1) en (2) volgt $0{,}32 \times$ aantal vrijwilligers = $0{,}04 \times$ aantal Finnen van 18 jaar of ouder

$$\text{ofwel } \frac{\text{aantal vrijwilligers}}{\text{aantal Finnen van 18 jaar of ouder}} = \frac{0{,}04}{0{,}32}.$$

$$\text{Dus het percentage Finnen dat vrijwilliger is, is } \frac{0{,}04}{0{,}32} \times 100\% = 12{,}5\%.$$

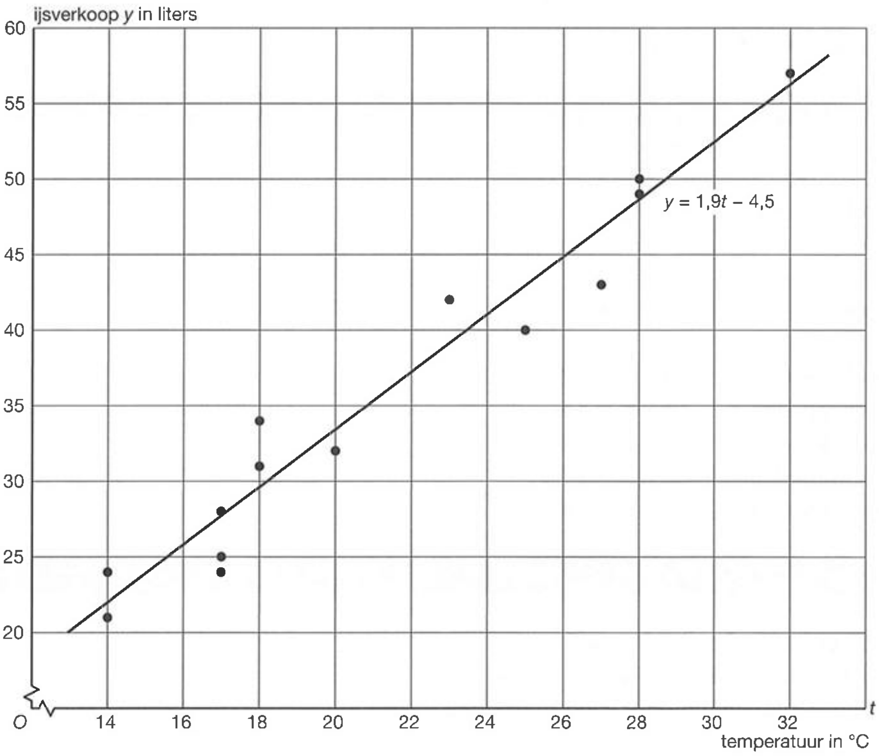
© Noordhoff Uitgevers bv

bladzijde 169

46 **a** positieve correlatie
b geen correlatie
c positieve correlatie
d negatieve correlatie
e negatieve correlatie
f positieve correlatie
g positieve correlatie
h positieve correlatie

bladzijde 170

47 **a,c**



b positieve correlatie

c

x	15	25
y	24	43

d $t = 24$ geeft $y = 1{,}9 \cdot 24 - 4{,}5 = 41{,}1$
Bij een temperatuur van 24 °C wordt naar schatting 41,1 liter ijs verkocht.

48 **a** De gemiddelde wintertemperatuur in 1989 was 4,5 °C.
In 1989 werd het eerste ei geraapt op 25 maart.
b Er is sprake van negatieve correlatie.
c Dat was op 6 maart 2003.
Dat jaar was de gemiddelde wintertemperatuur 4,6 °C.
d In 1962 was de gemiddelde wintertemperatuur −1,2 °C.
e $T = 2{,}9$ geeft $V = -2{,}5 \times 2{,}9 + 25 = 17{,}75$
Dus een schatting van de vinddatum van het eerste kievietsei in 2013 is 18 maart.
f $V < 0$ geeft $-2{,}5T + 25 < 0$

$$-2{,}5T < -25$$
$$T > 10$$

De gemiddelde wintertemperatuur zal dat jaar meer dan 10 °C zijn.

© Noordhoff Uitgevers bv

bladzijde 171

49 **a** Het onderzoek heeft betrekking op 20 dagen.
b Je herkent positieve correlatie.
c Het diagram is misleidend. Er bestaat geen oorzakelijk verband tussen de ijsverkoop en het aantal acties van de reddingsbrigade. Er is een derde factor in het spel, namelijk het weer. Bij mooi weer zal zowel de ijsverkoop als het aantal acties van de reddingsbrigade toenemen.

9.5 Tellen met en zonder herhaling

bladzijde 172

50 aantal mogelijkheden $= 3 \times 1 \times 1 = 3$

bladzijde 173

51 **a** aantal mogelijkheden $= 4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240$
b aantal mogelijkheden $= 4 \times 5 \times 4 \times 2 = 160$
c aantal mogelijkheden $= 3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$
d aantal mogelijkheden $= 4 \times 5 \times 1 \times 1 = 20$
e aantal mogelijkheden $= 1 \times 3 \times 4 \times 3 = 36$

52 **a** aantal mogelijkheden $= 5 \times 4 \times 6 = 120$
b aantal mogelijkheden $= 1 \times 3 \times 6 = 18$
c aantal mogelijkheden $= 3 \times 4 \times 6 = 72$
d aantal mogelijkheden $= 3 \times 2 \times 3 = 18$
e aantal mogelijkheden $= 5 \times 4 \times 1 = 20$

bladzijde 174

53 **a** aantal manieren $= 6 \times 5 \times 4 \times 5 = 600$
b aantal mogelijkheden $= 8 \times 8 \times 4 \times 5 = 1280$
Het aantal mogelijkheden om de band te vormen neemt toe met $1280 - 600 = 680$.

54 **a** aantal manieren $= 1 \times 6 \times 2 = 12$
b aantal manieren $= 2 \times 1 \times 3 = 6$
c aantal manieren $= 6 \times 6 \times 3 = 108$
d aantal manieren $= 6 \times 10 \times 10 = 600$

55 **a** aantal manieren $= 24 \times 24 = 576$
b aantal manieren $= 24 \times 23 = 552$
c Methode 2 is de beste, want bij methode 1 bestaat de kans dat één persoon beide kaartjes wint.

bladzijde 175

56 **a** aantal $= 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$
b aantal $= 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$
c aantal $= 1 \times 1 \times 7 \times 7 = 49$
d aantal $= 1 \times 1 \times 5 \times 4 = 20$

bladzijde 176

57 **a** aantal $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
b aantal $= 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$
c aantal $= 10$
d aantal $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

© Noordhoff Uitgevers bv

58 **a** aantal $= 7 \times 6 \times 5 = 210$
aantal $= 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$
b aantal met herhalingen $= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 16807$
aantal zonder herhalingen $= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$
$16807 - 2520 = 14287$, dus Matthijs heeft gelijk.

59 **a** aantal $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$
b aantal $= 1 \times 4 \times 4 \times 4 = 64$
c aantal $= 1 \times 4 \times 4 \times 1 = 16$
d aantal $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

60 **a** aantal $= 2^{18} = 262\,144$
b aantal $= 1^{14} \times 2^4 = 16$
c aantal $= 1^6 \times 2^{12} = 4096$

61 **a** aantal $= 16 \times 13 \times 27 = 5616$
b aantal $= 13 \times 16 \times 15 = 3120$
c aantal $= 13 \times 12 \times 11 = 1716$

bladzijde 177

62 **a** aantal $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
b aantal $= 2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$
c aantal $= 6 \times 6 \times 6 \times 3 = 648$

63 **a** aantal $= 8 \times 7 \times 6 = 336$
b aantal $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
c aantal $= 4^{12} = 16\,777\,216$
d aantal $= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151\,200$
e
- aantal $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
- aantal $= 21 \times 21 \times 21 \times 21 = 194\,481$
- aantal $= 26 \times 25 \times 24 \times 23 = 358\,800$
- aantal $= 5 \times 21 \times 5 \times 21 = 11\,025$

64 **a** aantal $= 2 \times 4 = 8$
b aantal $= 3 \times 2 = 6$
c totaal $= 8 + 6 = 14$

bladzijde 178

65 **a** rood rood rood of groen groen groen of geel geel geel
aantal $= 3 \times 1 \times 1 + 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 = 8$
b rood groen groen of rood geel geel
aantal $= 3 \times 1 \times 1 + 3 \times 2 \times 1 = 9$

bladzijde 179

66 *AQB* of *APQB*
aantal $= 1 \times 3 + 2 \times 3 \times 3 = 15$

67 **a** aantal $= 12 \times 5 \times 6 = 360$
b aantal $= 12 \times (5 + 6) = 132$

68 **a** aantal $= 14 \times 19 = 266$
b aantal $= 46 \times 45 = 2070$
c jj of mm
aantal $= 46 \times 45 + 52 \times 51 = 4722$
d 14 14 of 15 15 of 16 16
aantal $= 28 \times 27 + 50 \times 49 + 20 \times 19 = 3586$

© Noordhoff Uitgevers bv

69 **a** Je kunt vijf leerlingen op $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ manieren in een rij zetten.
Bij acht leerlingen kan dat op $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$ manieren.
b $5! = 120$
$8! = 40\,320$
c $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
d $n!$
e $\text{aantal} = 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 3\,632\,428\,800$
$\frac{14!}{4!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}$ en dat is gelijk aan het uitgerekende aantal.
f $\text{aantal} = \frac{15!}{(15-9)!} = \frac{15!}{6!} = 1\,816\,214\,400$
(of: $\text{aantal} = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 1\,816\,214\,400$)

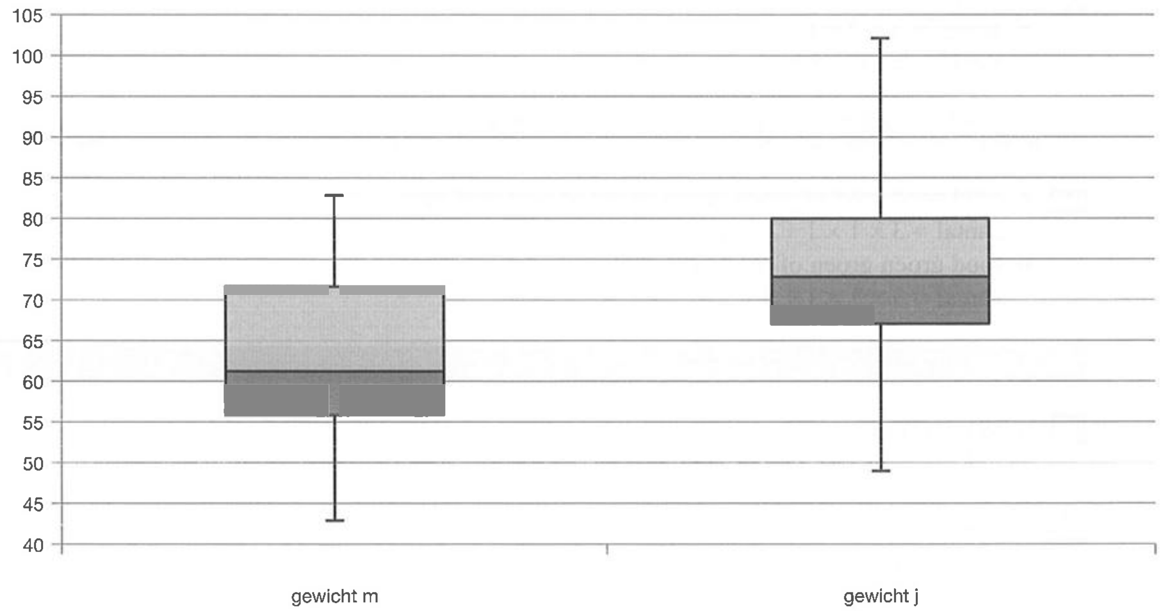
9.6 Boxplots en puntenwolken met Excel

bladzijde 180

70 **a** *
b Van 119 leerlingen zijn gegevens verzameld.
c geslacht
leeftijd in jaren
lengte in cm
gewicht in kg
aantal uren sport per week
aantal uren tv per week
aantal huisdieren
d *
e *

bladzijde 181

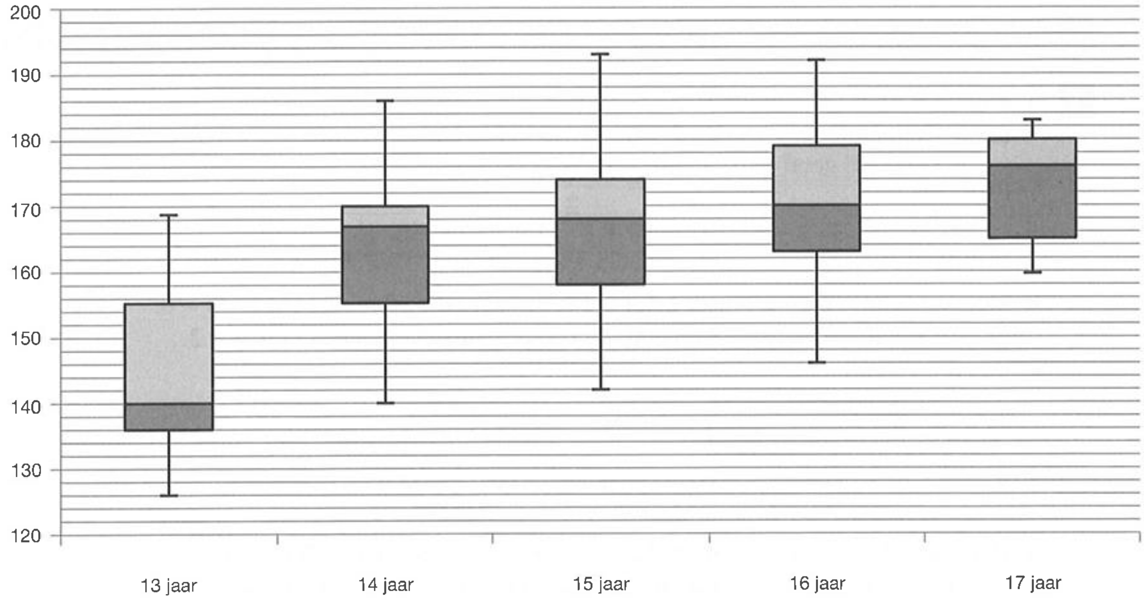
71 **a** *
b



© Noordhoff Uitgevers bv

72 a,b *

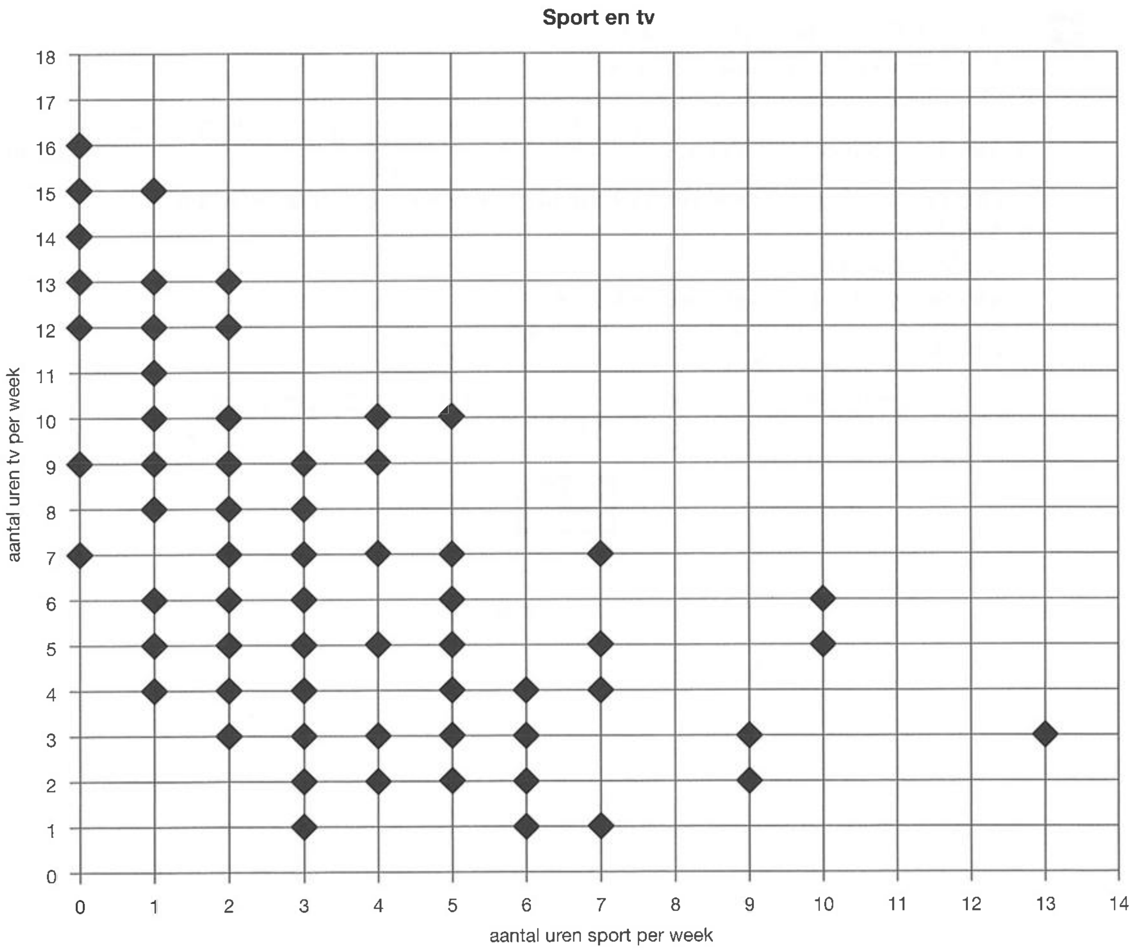
c



73 *

74 a *

b



c Hoe meer iemand sport, hoe minder hij/zij tv kijkt. En andersom.

75 *

© Noordhoff Uitgevers bv

Gemengde opgaven

bladzijde 182

1 **a** modus = 11

totale frequentie is = 3 + 5 + 7 + 8 + 4 + 2 + 1 = 30

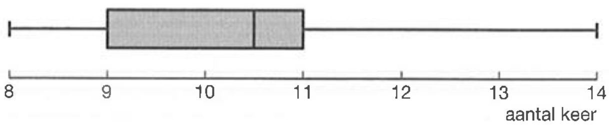
mediaan = $\frac{15^e \text{ getal} + 16^e \text{ getal}}{2} = \frac{10 + 11}{2} = 10{,}5$

gemiddelde = $\frac{3 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + 2 \cdot 13 + 1 \cdot 14}{30} = 10{,}5$

b kleinste getal = 8 en grootste getal = 14, dus spreidingsbreedte = 14 − 8 = 6.

$Q_1 = 8^e$ getal = 9 en $Q_3 = 23^e$ getal = 11, dus kwartielafstand = 11 − 9 = 2.

c HEEN EN WEER



d Het duurt 2 · 4 = 8 minuten om heen en weer te varen. Gemiddeld vaart de schipper 10,5 · 8 = 84 minuten per dag. Hij werkt per dag van 8:00 uur tot 17:00 uur. Dat is 9 uur ofwel 9 · 60 = 540 minuten.

Dus hij vaart $\frac{84}{540} \times 100\% \approx 15{,}6\%$ van zijn werktijd.

2 **a** Er is sprake van positieve correlatie.

b De kortste eruptie duurde 1 minuut.

c De eruptie duurde 5 minuten.

d Van die groep is gemiddelde = $\frac{45 + 2 \cdot 50 + 55 + 3 \cdot 60 + 3 \cdot 65 + 3 \cdot 70 + 75}{14} \approx 61{,}4$ minuten.

Dus het duurde gemiddeld ruim 61 minuten tot er weer een eruptie kwam.

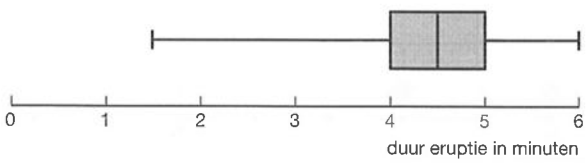
e Van die groep is:

totale frequentie = 28

kleinste getal = 1,5 en grootste getal = 6

mediaan = $\frac{14^e \text{ getal} + 15^e \text{ getal}}{2} = \frac{4{,}5 + 4{,}5}{2} = 4{,}5$

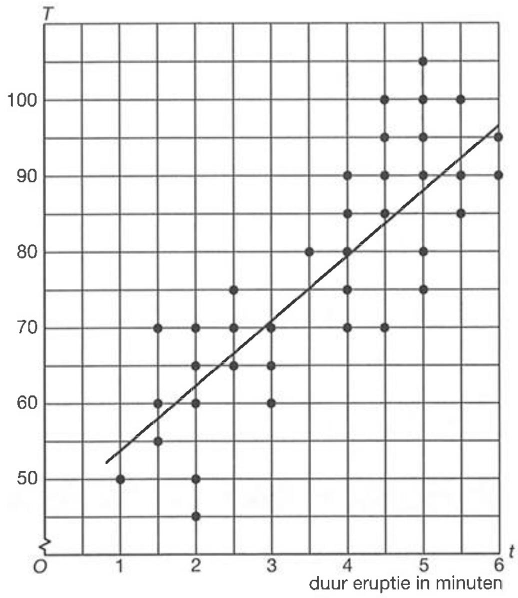
$Q_1 = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4$ en $Q_3 = \frac{21^e \text{ getal} + 22^e \text{ getal}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$



© Noordhoff Uitgevers bv

f

t	2	5
T	62,2	88



g 40 seconden is $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ minuut.
$t = \frac{2}{3}$ geeft $T = 8{,}6 \cdot \frac{2}{3} + 45 \approx 51$ minuten tot de volgende eruptie.

bladzijde 183

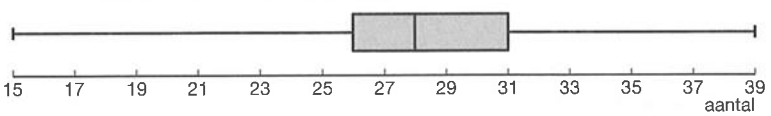
3 **a** Totaal 34 speelrondes waarvan 26 speelrondes waarin meer dan 25 doelpunten zijn gemaakt.
Dus in $\frac{26}{34} \times 100\% \approx 76{,}5\%$ van de speelrondes zijn meer dan 25 doelpunten gemaakt.

b De relatieve frequentie van 27 doelpunten is $\frac{4}{34} \times 100\% \approx 11{,}8\%$.

c mediaan $= \frac{17^e \text{ getal} + 18^e \text{ getal}}{2} = \frac{28 + 28}{2} = 28$
Er is geen modus.

d kleinste getal = 15 en grootste getal = 39
$Q_1 = 9^e$ getal $= 26$ en $Q_3 = 26^e$ getal $= 31$

DOELPUNTEN IN SEIZOEN 2012-2013



4 **a** 75% van 240 (veld II) en 50% van 240 (veld I) geeft $0{,}75 \times 240 + 0{,}5 \times 240 = 300$ planten met meer dan 60 aardbeien.

b 25% van 240 (veld II) en 25% van 240 (veld I) geeft $0{,}25 \times 240 + 0{,}25 \times 240 = 120$ planten met meer dan 90 aardbeien.
Er zijn in totaal $3 \times 240 = 720$ planten onderzocht, dus het gevraagde percentage is $\frac{120}{720} \times 100\% \approx 16{,}7\%$.

c veld I kwartielafstand $= 90 - 30 = 60$
veld II kwartielafstand $= 90 - 60 = 30$
veld III kwartielafstand $= 40 - 30 = 10$
Dus van veld I is de kwartielafstand het grootst.

d Op veld I heeft tussen de 50% en 75% van de 240 planten meer dan 40 aardbeien.
Op veld III heeft 75% van de 240 planten minder dan 40 aardbeien.
Dus Carlijn heeft ongelijk.

e 25% van 240 is $0{,}25 \times 240 = 60$ planten.
Stel dat al deze planten 40 aardbeien per plant hebben.
Dan hebben ze samen $60 \times 40 = 2400$ aardbeien.
Ze hebben dus samen altijd meer dan 2250 aardbeien.

© Noordhoff Uitgevers bv

5 **a** aantal $= 6 \times 6 = 36$
b aantal $= 6 \times 6 \times 6 \times 1 = 216$
c aantal $= 1 \times 1 \times 6 \times 6 \times 6 = 216$
d aantal $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$

6 **a** aantal $= 4 \times 6 \times 3 \times 6 = 432$
b aantal $= 1 \times 2 \times 3 \times 6 = 36$
c aantal $= 4 \times 6 \times 3 \times 1 = 72$
d aantal $= 2 \times 3 \times 1 \times 3 = 18$
e aantal $= 4 \times 1 \times 3 \times 5 + 4 \times 5 \times 3 \times 1 = 120$

Diagnostische toets

bladzijde 186

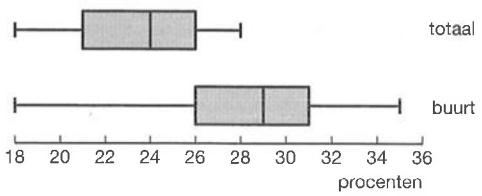
1 **a** totale frequentie $= 9 + 16 + 10 + 8 + 6 + 1 = 50$
De relatieve frequentie van 4 is $\frac{6}{50} \times 100\% = 12\%$.
b gemiddelde $= \dfrac{9 \cdot 0 + 16 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{50} \approx 1{,}8$
c mediaan $= \dfrac{25^e \text{ getal} + 26^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{1+2}{2} = 1{,}5$
modus $= 2$

2 kleinste getal $= 0$ en grootste getal $= 10$, dus spreidingsbreedte $= 10 - 0 = 10$.
totale frequentie $= 4 + 8 + 8 + \ldots + 10 + 2 = 70$
De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 35.
$Q_1 = 18^e$ getal $= 2$ en $Q_3 = 53^e$ getal $= 7$, dus kwartielafstand $= 7 - 2 = 5$.

3 **a** <u>buurt</u>
totale frequentie $= 1 + 1 + 0 + \ldots + 2 + 4 = 26$
kleinste getal $= 18$ en grootste getal $= 35$
mediaan $= \dfrac{13^e \text{ getal} + 14^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{28 + 30}{2} = 29$
$Q_1 = 7^e$ getal $= 26$ en $Q_3 = 20^e$ getal $= 31$

<u>totaal</u>
totale frequentie $= 3 + 0 + 4 + \ldots + 0 + 0 = 26$
kleinste getal $= 18$ en grootste getal $= 28$
mediaan $= \dfrac{13^e \text{ getal} + 14^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{24 + 24}{2} = 24$
$Q_1 = 7^e$ getal $= 21$ en $Q_3 = 20^e$ getal $= 26$

TEVREDENHEID BURGERS IN REGIO OVER POLITIE



b Conclusie: de burgers zijn meer tevreden over het functioneren van de politie in de buurt dan over het totale functioneren van de politie.

© Noordhoff Uitgevers bv

bladzijde 187

4 **a** 75% van boxplot I scoort een slechtere tijd dan 75% van boxplot II, dus boxplot I hoort bij de amateurs.
b aantal = $0{,}25 \times 60 + 0{,}75 \times 40 = 45$
c $0{,}25 \times 60 = 15$ amateurs zijn sneller dan 1,4 minuten.
$0{,}25 \times 40 = 10$ profs zijn langzamer dan 1,4 minuten.
Dus Karin heeft gelijk.

5 **a** Het totale aantal sessies is 16.
Daarvan hadden er vijf meer dan 150 deelnemers.
Dat is $\frac{5}{16} \times 100\% \approx 31{,}3\%$.
b De modus van het aantal deelnemers aan een sessie is 100.
c Er is sprake van positieve correlatie.
d Het gemiddelde aantal deelnemers aan een sessie is
$$\frac{2 \cdot 50 + 3 \cdot 60 + 80 + 4 \cdot 100 + 120 + 2 \cdot 160 + 180 + 2 \cdot 200}{16} = 111{,}25$$
e Tijdens de sessie van 26 mei waren er gemiddeld 2 tweets per deelnemer en er waren 100 deelnemers.
Dus bij de sessie van 26 mei waren er in totaal $100 \times 2 = 200$ tweets.

6 **a**
- aantal = $10 \times 10 \times 6 \times 5 \times 4 = 12\,000$
- aantal = $10 \times 10 \times 6 \times 6 \times 6 = 21\,600$

b aantal = $1 \times 10 \times 6 \times 6 \times 1 = 360$
c aantal = $10 \times 1 \times 6 \times 1 \times 1 = 60$

Herhaling

bladzijde 188

1 **a** totale frequentie = $2 + 4 + 5 + 12 + 4 + 3 = 30$
b De relatieve frequentie van 3 is $\frac{12}{30} \times 100\% = 40\%$.
c modus = 3
d mediaan = $\frac{15^e \text{ getal} + 16^e \text{ getal}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$
e gemiddelde = $\frac{2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{30} = 2{,}7$

2 **a** totale frequentie = $5 + 8 + 5 + \ldots + 1 + 1 = 31$
De relatieve frequentie van 5 is $\frac{2}{31} \times 100\% \approx 6{,}5\%$.
b In maart zijn $5 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 1 \cdot 8 = 77$ inbraken gemeld.
c gemiddelde = $\frac{5 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 1 \cdot 8}{31} \approx 2{,}5$
mediaan = 16^e getal = 2
modus = 1

bladzijde 189

3 **a** 10 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 5.
$Q_1 = 3^e$ getal $= 25$
$Q_3 = 8^e$ getal $= 41$

© Noordhoff Uitgevers bv

b 13 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 6 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.

$$Q_1 = \frac{3^e \text{ getal} + 4^e \text{ getal}}{2} = \frac{7+7}{2} = 7$$

$$Q_3 = \frac{10^e \text{ getal} + 11^e \text{ getal}}{2} = \frac{9+10}{2} = 9{,}5$$

c $3+1+5+7+2=18$ waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 9.
$Q_1 = 5^e$ getal $= 7$
$Q_3 = 14^e$ getal $= 8$

4 **a** 9 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 4 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.

$$Q_1 = \frac{2^e \text{ getal} + 3^e \text{ getal}}{2} = \frac{9+9}{2} = 9 \text{ en } Q_3 = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{17+21}{2} = 19, \text{ dus}$$

kwartielafstand $= 19 - 9 = 10$.
kleinste getal $= 8$ en grootste getal $= 28$, dus spreidingsbreedte $= 28 - 8 = 20$.

b 9 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 4 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.

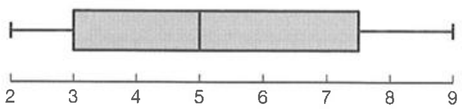
$$Q_1 = \frac{2^e \text{ getal} + 3^e \text{ getal}}{2} = \frac{31+48}{2} = 39{,}5 \text{ en } Q_3 = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{107+108}{2} = 107{,}5,$$

dus kwartielafstand $= 107{,}5 - 39{,}5 = 68$.
kleinste getal $= 31$ en grootste getal $= 120$, dus spreidingsbreedte $= 120 - 31 = 89$.

c $8+2+19+7+21+9=66$ waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 33.
$Q_1 = 17^e$ getal $= 20$ en $Q_3 = 50^e$ getal $= 22$, dus kwartielafstand $= 22 - 20 = 2$.
kleinste getal $= 18$ en grootste getal $= 23$, dus spreidingsbreedte $= 23 - 18 = 5$.

5 **a** getallen in volgorde: 2 3 3 4 5 6 7 8 9
totale frequentie $= 9$
kleinste getal $= 2$ en grootste getal $= 9$
mediaan $= 5^e$ getal $= 5$

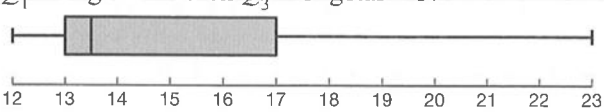
$$Q_1 = \frac{2^e \text{ getal} + 3^e \text{ getal}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3 \text{ en } Q_3 = \frac{7^e \text{ getal} + 8^e \text{ getal}}{2} = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$$



b getallen in volgorde: 12 12 13 13 13 14 15 17 18 23
totale frequentie $= 10$
kleinste getal $= 12$ en grootste getal $= 23$

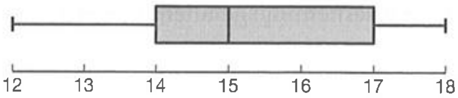
$$\text{mediaan} = \frac{5^e \text{ getal} + 6^e \text{ getal}}{2} = \frac{13+14}{2} = 13{,}5$$

$Q_1 = 3^e$ getal $= 13$ en $Q_3 = 8^e$ getal $= 17$



c totale frequentie $= 8+7+11+16+3+18+2=65$
kleinste getal $= 12$ en grootste getal $= 18$
mediaan $= 33^e$ getal $= 15$

$$Q_1 = \frac{16^e \text{ getal} + 17^e \text{ getal}}{2} = \frac{14+14}{2} = 14 \text{ en } Q_3 = \frac{49^e \text{ getal} + 50^e \text{ getal}}{2} = \frac{17+17}{2} = 17$$



© Noordhoff Uitgevers bv

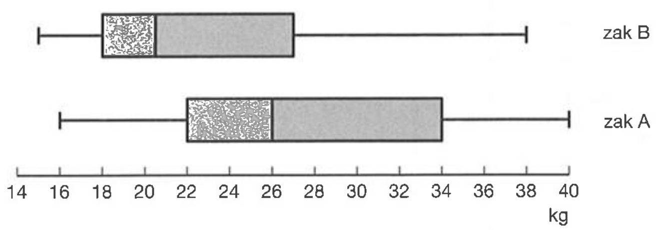
6 **a** GEWICHT IN KG

zak B		zak A
9 8 6 6 6 5 5	1	6 7 8
9 8 7 7 7 6 5 5 1 0 0 0 0	2	1 2 2 3 5 6 6 7
8 2	3	3 4 4 5 8 9
	4	0
eenheden	tientallen	eenheden

b zak A
totale frequentie = 18
kleinste getal = 16 en grootste getal = 40
mediaan $= \dfrac{9^e \text{ getal} + 10^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{26+26}{2} = 26$
$Q_1 = 5^e$ getal = 22 en $Q_3 = 14^e$ getal = 34

zak B
totale frequentie = 22
kleinste getal = 15 en grootste getal = 38
mediaan $= \dfrac{11^e \text{ getal} + 12^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{20+21}{2} = 20{,}5$
$Q_1 = 6^e$ getal = 18 en $Q_3 = 17^e$ getal = 27

GEWICHT SEMOISROTSEN



c Conclusie: bij zak A is de spreiding van de gewichten groter dan bij zak B.

bladzijde 190

7 **a** Bij boxplot II is 75% van de tijden sneller dan 75% van de tijden bij boxplot I.
Dus boxplot I hoort bij de tijden van vóór de training.
b 25% van 20 is $0{,}25 \times 20 = 5$ leden die voor de training de 100 meter in minder dan 12,5 seconden lopen.
Na de training zijn dat $0{,}75 \times 20 = 15$ leden.

8 **a** Van 17 echtparen zijn in het spreidingsdiagram de gegevens verwerkt.
b De man is 26 jaar, de vrouw is 20 jaar.
c Bij twee echtparen is de vrouw ouder dan de man.
Dat is dus bij $\dfrac{2}{17} \times 100\% \approx 11{,}8\%$.
d Bij twee echtparen is de man 25 jaar.
Dat is dus bij $\dfrac{2}{17} \times 100\% \approx 11{,}8\%$.
e

leeftijd	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
frequentie	2	1	0	3	1	2	2	1	3	1	1

f De gemiddelde leeftijd van de mannen is

$$\frac{2 \cdot 20 + 1 \cdot 21 + 0 \cdot 22 + 3 \cdot 23 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 26 + 1 \cdot 27 + 3 \cdot 28 + 1 \cdot 29 + 1 \cdot 30}{17} \approx 25{,}1 \text{ jaar.}$$

© Noordhoff Uitgevers bv

g mediaan = 9^e getal = 25 jaar
Er is geen modus.

h

leeftijd	18	19	20	21	22	23	24	25
frequentie	1	1	4	2	3	1	4	1

De gemiddelde leeftijd van de vrouwen is

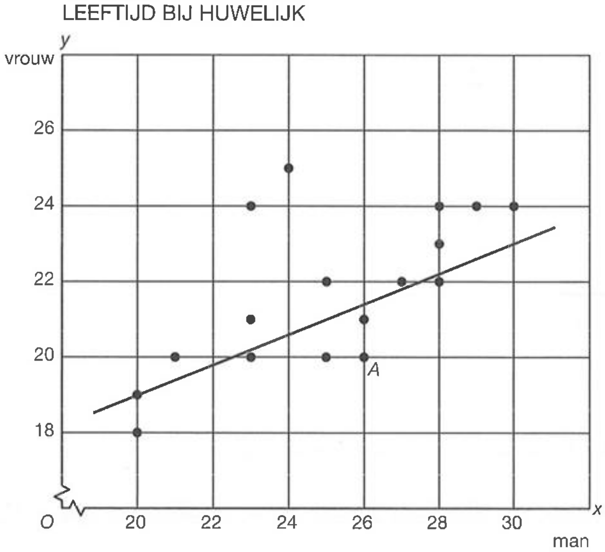
$$\frac{1 \cdot 18 + 1 \cdot 19 + 4 \cdot 20 + 2 \cdot 21 + 3 \cdot 22 + 1 \cdot 23 + 4 \cdot 24 + 1 \cdot 25}{17} \approx 21{,}7 \text{ jaar.}$$

mediaan = 9^e getal = 22 jaar
Er is geen modus.

bladzijde 191

9 **a**

x	20	30
y	19	23



b Er liggen zes punten onder de trendlijn.
c Er is sprake van positieve correlatie.
d $x = 35$ geeft $y = 0{,}4 \cdot 35 + 11 = 25$, dus de leeftijd van de bruid is naar schatting 25 jaar.

10 **a** aantal $= 8 \times 7 \times 6 \times 7 = 2352$
b aantal $= 8 \times 8 \times 8 \times 7 = 3584$
c met herhaling aantal $= 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 7 = 28\,672$
zonder herhaling aantal $= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 7 = 11\,760$
d aantal $= 8 \times 1 \times 1 \times 2 = 16$

11 **a** aantal $= 2^8 = 256$
b aantal $= 1 \times 2^6 \times 1 = 64$
c aantal $= 3^{10} = 59\,049$
d aantal $= 4^{10} = 1\,048\,576$
Het aantal mogelijkheden neemt toe met $1\,048\,576 - 59\,049 = 989\,527$.
e aantal $= 4^9 \times 1 = 262\,144$

© Noordhoff Uitgevers bv

Extra

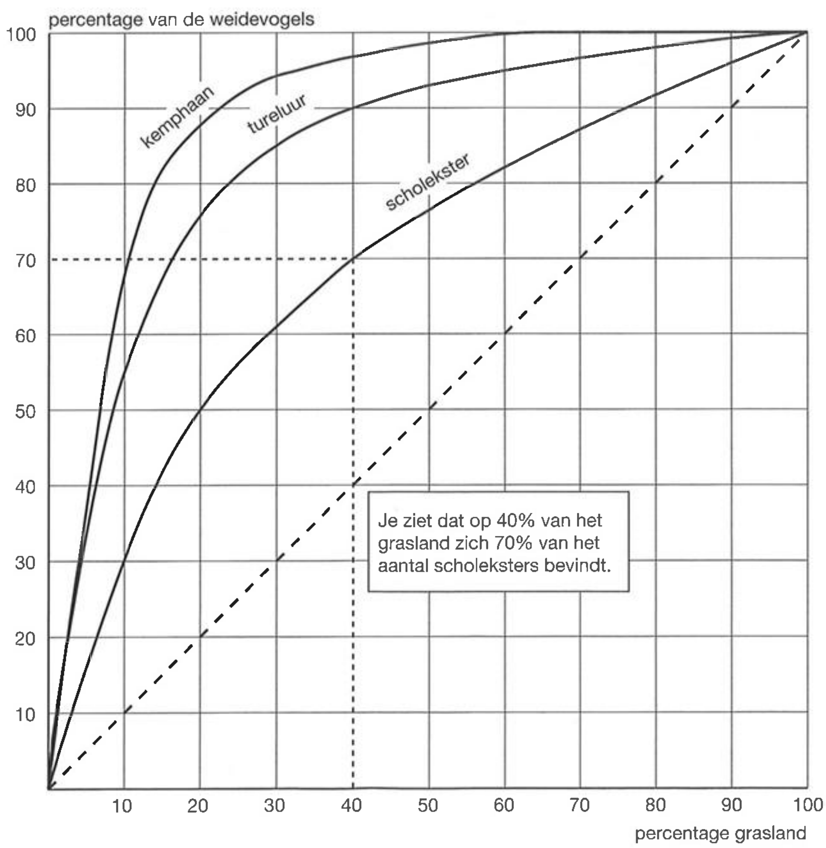
bladzijde 192

1

grasland		kemphanen	
gebied	percentage van het totaal	aantal	percentage van het totaal
B2	4	300	30
vorige + D4	8	580	58
vorige + C5	12	749	74,9
vorige + C3	16	836	83,6
vorige + C2	20	874	87,4
vorige + A3	24	910	91
vorige + D5	28	935	93,5
vorige + E4	32	948	94,8
vorige + E2	36	959	95,9
vorige + E1	40	968	96,8
vorige + D1	44	976	97,6
vorige + A4	48	983	98,3
vorige + B5	52	989	98,9
vorige + A5	56	994	99,4
vorige + B4	60	998	99,8
vorige + B3	64	1000	100
vorige + A1	68	1000	100
vorige + A2	72	1000	100
vorige + B1	76	1000	100
vorige + C1	80	1000	100
vorige + C4	84	1000	100
vorige + D2	88	1000	100
vorige + D3	92	1000	100
vorige + E3	96	1000	100
vorige + E5	100	1000	100

2 **a** 75% van de tureluurs zit op de eerste 20% van het grasland. Bij de scholeksters is dat 50%.

b DE KIESKEURIGHEID VAN WEIDEVOGELS



© Noordhoff Uitgevers bv

c In de figuur kun je zien of een vogelsoort zich gegroepeerd op een klein gedeelte van het grasland bevindt of zich meer over het grasland verspreidt. Als zich op een klein percentage van het grasland een groot percentage vogels van een soort bevindt, dan heeft die soort dus een voorkeur voor dat gedeelte van het grasland. De kemphaan is het meest kieskeurig.

d Die vogelsoort heeft geen voorkeur maar heeft zich gelijkmatig over het grasland verspreid.

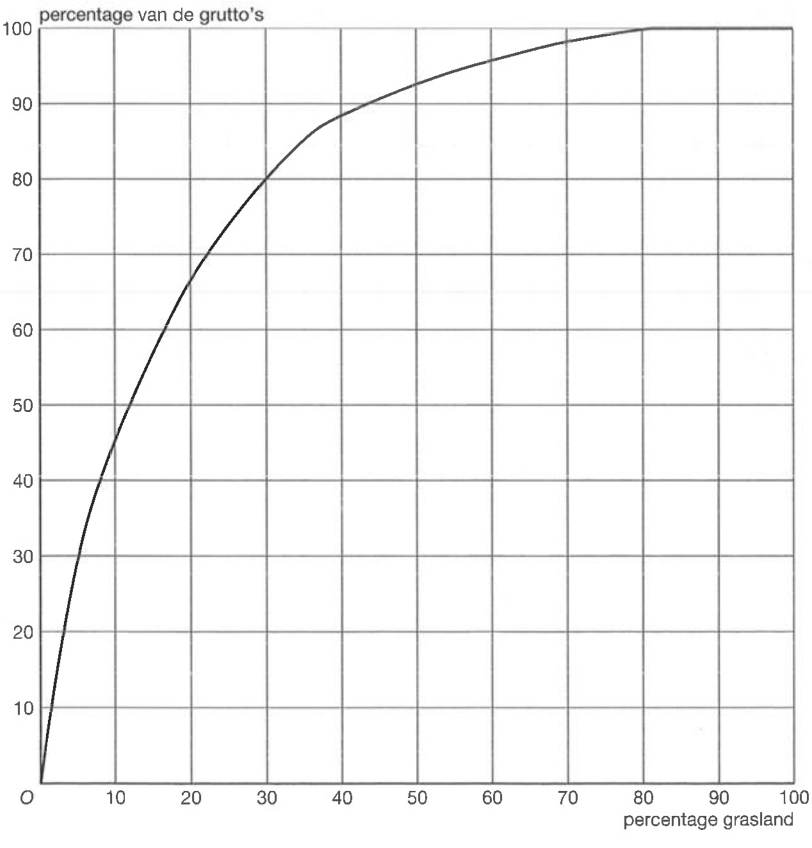
e Deze vogelaar heeft de tabel verkeerd samengesteld. Bij hem staat bovenaan in de tabel het gebied met de minste vogels van een soort en daaronder is telkens het gebied toegevoegd dat dan de minste vogels heeft.

bladzijde 193

3 Noem de kolommen van links naar rechts A, B, C en D en de rijen van beneden naar boven 1, 2, 3 en 4.

grasland		grutto's	
gebied	percentage van het totaal	aantal	percentage van het totaal
B3	6,25	241	34,3
vorige + B4	12,5	359	51,1
vorige + D2	18,75	452	64,3
vorige + B1	25	520	74,0
vorige + A2	31,25	572	81,4
vorige + C4	37,5	613	87,2
vorige + C3	43,75	634	90,2
vorige + C2	50	651	92,6
vorige + D4	56,25	666	94,7
vorige + D1	62,5	678	96,4
vorige + A3	68,75	689	98,0
vorige + A4	75	697	99,1
vorige + D3	81,25	703	100
vorige + A1	87,5	703	100
vorige + B2	93,75	703	100
vorige + C1	100	703	100

KIESKEURIGHEID VAN DE GRUTTO



© Noordhoff Uitgevers bv

4 **a** In Nederland hebben de personen met de 50% laagste inkomens 25% van het totale inkomen.

b In Nederland hebben de personen met de 80% laagste inkomens 62% van het totale inkomen.
Dus de persoenen met de 20% hoogste inkomens hebben 100% − 62% = 38% van het totale inkomen.

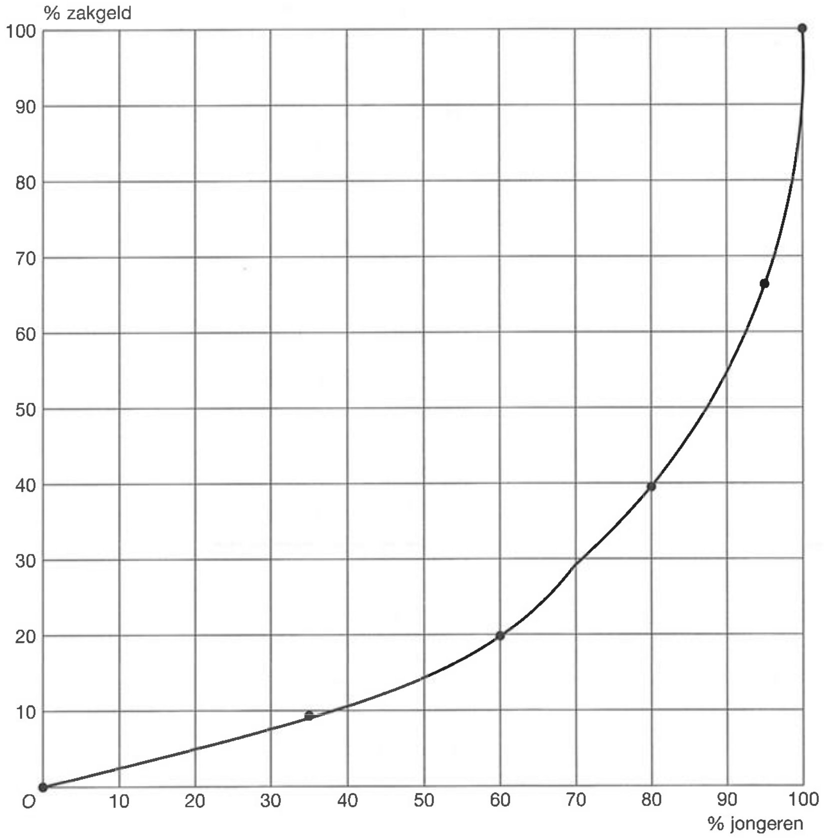
c In Brazilië hebben de personen met de 50% laagste inkomens ongeveer 15% van het totale inkomen en dus hebben de personen met de 50% hoogste inkomens 100% − 15% = 85% van het totale inkomen. In Brazilië zijn de inkomensverschillen dus groot.
In Nederland zijn deze percentages respectievelijk 25% en 75% en dus zijn in Nederland de inkomensverschillen kleiner dan in Brazilië.

d Dan zijn in dat land de inkomensverschillen gelijkmatig verdeeld. De aantallen personen met een laag inkomen, een modaal inkomen en een hoog inkomen zijn dan gelijk.

5

jongeren		zakgeld	
aantal	percentage van het totaal	bedrag in euro's	percentage van het totaal
7	35	40	9,3
12	60	85	19,8
16	80	170	39,5
19	95	285	66,3
20	100	430	100

De Lorenzkromme gaat door de punten (0, 0), (35; 9,3), (60; 19,8), (80; 39,5), (95; 66,3) en (100, 100).



© Noordhoff Uitgevers bv

Wiskundige vaardigheden

bladzijde 194

1 a $3x - 1 = 5x + 11$
$3x - 5x = 11 + 1$
$-2x = 12$
$x = -6$

b $2 - x = 7 + x$
$-x - x = 7 - 2$
$-2x = 5$
$x = -2\frac{1}{2}$

c $8 + 3x = 5x - 3x$
$3x - 5x + 3x = -8$
$x = -8$

d $5(2 - x) - 6 = 8 - 3x$
$10 - 5x - 6 = 8 - 3x$
$-5x + 3x = 8 - 10 + 6$
$-2x = 4$
$x = -2$

e $-7 - (8 - x) = 3 - 2x$
$-7 - 8 + x = 3 - 2x$
$x + 2x = 3 + 7 + 8$
$3x = 18$
$x = 6$

f $3x - 2(6 - 2x) = 5 + 3(2x + 1)$
$3x - 12 + 4x = 5 + 6x + 3$
$3x + 4x - 6x = 5 + 3 + 12$
$x = 20$

g $3x - 2(1 - x) = 7(1 - x) - 9$
$3x - 2 + 2x = 7 - 7x - 9$
$3x + 2x + 7x = 7 - 9 + 2$
$12x = 0$
$x = 0$

h $8x - 3x - 2(1 - x) = 5(2 + x)$
$8x - 3x - 2 + 2x = 10 + 5x$
$8x - 3x + 2x - 5x = 10 + 2$
$2x = 12$
$x = 6$

2 a $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{3}x + 3$
$6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot 3$
$3x - 6 = 2x + 18$
$3x - 2x = 18 + 6$
$x = 24$

b $1\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{6}x - 1$
$6 \cdot 1\frac{1}{2}x - 6 \cdot 2 = 6 \cdot \frac{1}{6}x - 6 \cdot 1$
$9x - 12 = x - 6$
$9x - x = -6 + 12$
$8x = 6$
$x = \frac{3}{4}$

c $2 - \frac{1}{2}(x - 1) = 5 - \frac{1}{3}x$
$2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{3}x$
$6 \cdot 2 - 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot 5 - 6 \cdot \frac{1}{3}x$
$12 - 3x + 3 = 30 - 2x$
$-3x + 2x = 30 - 12 - 3$
$-x = 15$
$x = -15$

d $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - 1$
$12 \cdot \frac{2}{3}x - 12 \cdot \frac{1}{4} = 12 \cdot \frac{1}{2}x - 12 \cdot 1$
$8x - 3 = 6x - 12$
$8x - 6x = -12 + 3$
$2x = -9$
$x = -4\frac{1}{2}$

3 a $3x - 8 < 5x - 2$
$3x - 5x < -2 + 8$
$-2x < 6$
$x > -3$

b $7x - 3(2 - x) > 2x + 3$
$7x - 6 + 3x > 2x + 3$
$7x + 3x - 2x > 3 + 6$
$8x > 9$
$x > 1\frac{1}{8}$

c $\frac{1}{3}x - 4 < \frac{1}{2}x + 1$
$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot 4 < 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot 1$
$2x - 24 < 3x + 6$
$2x - 3x < 6 + 24$
$-x < 30$
$x > -30$

d $5 - \frac{1}{2}x > 1\frac{1}{2}x + 8$
$-\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}x > 8 - 5$
$-2x > 3$
$x < -1\frac{1}{2}$

e $\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}x < 2x - 4$
$15 \cdot \frac{3}{5}x + 15 \cdot \frac{1}{3}x < 15 \cdot 2x - 15 \cdot 4$
$9x + 5x < 30x - 60$
$9x + 5x - 30x < -60$
$-16x < -60$
$x > \frac{-60}{16} = \frac{15}{4}$
$x > 3\frac{3}{4}$

f $2 + x > 3 - 2(3 - x)$
$2 + x > 3 - 6 + 2x$
$x - 2x > 3 - 6 - 2$
$-x > -5$
$x < 5$

© Noordhoff Uitgevers bv

4 **a** $x^2 = 49$
$x = 7 \vee x = -7$
b $3x^2 - 1 = 26$
$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$
c $\frac{1}{2}x^2 + 1 = 0$
$\frac{1}{2}x^2 = -1$
$x^2 = -2$
geen oplossingen
d $4x^2 - 8 = 3x^2 - 7$
$x^2 = 1$
$x = 1 \vee x = -1$
e $(5x - 1)(3x + 12) = 0$
$5x - 1 = 0 \vee 3x + 12 = 0$
$5x = 1 \vee 3x = -12$
$x = \frac{1}{5} \vee x = -4$
f $(x - 8)(x + 3) = 0$
$x = 8 \vee x = -3$
g $x^2 + 7x = 0$
$x(x + 7) = 0$
$x = 0 \vee x = -7$
h $x^2 + 8x - 20 = 0$
$(x - 2)(x + 10) = 0$
$x = 2 \vee x = -10$

5 **a** $x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x + 1)(x - 4) = 0$
$x = -1 \vee x = 4$
b $x^2 = 5x$
$x^2 - 5x = 0$
$x(x - 5) = 0$
$x = 0 \vee x = 5$
c $x^2 + 8 = 7$
$x^2 = -1$
geen oplossingen
d $x^2 + 8x = 7x$
$x^2 + x = 0$
$x(x + 1) = 0$
$x = 0 \vee x = -1$
e $x^2 + 8x = 9$
$x^2 + 8x - 9 = 0$
$(x - 1)(x + 9) = 0$
$x = 1 \vee x = -9$
f $x(x + 8) = 33$
$x^2 + 8x = 33$
$x^2 + 8x - 33 = 0$
$(x - 3)(x + 11) = 0$
$x = 3 \vee x = -11$
g $x^2 - 3x = (x - 1)^2$
$x^2 - 3x = x^2 - 2x + 1$
$-x = 1$
$x = -1$
h $2x^2 + 8x - 10 = 0$
$x^2 + 4x - 5 = 0$
$(x - 1)(x + 5) = 0$
$x = 1 \vee x = -5$

bladzijde 195

6 **a** $x^2 + x - 3 = 0$
$a = 1, b = 1, c = -3$
$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 13$
$x = \dfrac{-1 - \sqrt{13}}{2} \approx -2{,}30 \vee x = \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{2} \approx 1{,}30$
b $x^2 + 2x + 1 = 0$
$(x + 1)(x + 1) = 0$
$x = -1$
c $3x^2 - x - 4 = 0$
$a = 3, b = -1, c = -4$
$D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 49$
$x = \dfrac{1 - \sqrt{49}}{6} \vee x = \dfrac{1 + \sqrt{49}}{6}$
$x = \dfrac{1 - 7}{6} = -1 \vee x = \dfrac{1 + 7}{6} = 1\frac{1}{3}$
d $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$
$x^2 - 4x - 12 = 0$
$(x + 2)(x - 6) = 0$
$x = -2 \vee x = 6$

7 **a** $5x^2 + 9x - 14 = 0$
$a = 5, b = 9, c = -14$
$D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot -14 = 361$
$x = \dfrac{-9 - \sqrt{361}}{10} \vee x = \dfrac{-9 + \sqrt{361}}{10}$
$x = \dfrac{-9 - 19}{10} = -2\frac{4}{5} \vee x = \dfrac{-9 + 19}{10} = 1$
b $(2x - 1)^2 - x^2 = 5$
$4x^2 - 4x + 1 - x^2 = 5$
$3x^2 - 4x - 4 = 0$
$a = 3, b = -4, c = -4$
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 64$
$x = \dfrac{4 - \sqrt{64}}{6} \vee x = \dfrac{4 + \sqrt{64}}{6}$
$x = \dfrac{4 - 8}{6} = -\frac{2}{3} \vee x = \dfrac{4 + 8}{6} = 2$

© Noordhoff Uitgevers bv

c $5-(4-x)^2=x-1$
$5-(16-8x+x^2)=x-1$
$5-16+8x-x^2=x-1$
$-x^2+7x-10=0$
$x^2-7x+10=0$
$(x-2)(x-5)=0$
$x=2 \vee x=5$

d $(3x-1)(2x+1)=5+x$
$6x^2+3x-2x-1=5+x$
$6x^2=6$
$x^2=1$
$x=1 \vee x=-1$

8

a $x^2>8$
$x<-\sqrt{8} \vee x>\sqrt{8}$
$x<-2\sqrt{2} \vee x>2\sqrt{2}$

b $x^2<5$
$-\sqrt{5}<x<\sqrt{5}$

c $x^2>-6$ voor elke x

d $2x^2>12$
$x^2>6$
$x<-\sqrt{6} \vee x>\sqrt{6}$

e $5x^2>50$
$x^2>10$
$x<-\sqrt{10} \vee x>\sqrt{10}$

f $-3x^2-2>10$
$-3x^2>12$
$x^2<-4$
geen oplossingen

g $2x^2+8>58$
$2x^2>50$
$x^2>25$
$x<-5 \vee x>5$

h $-x^2+3<-9$
$-x^2<-12$
$x^2>12$
$x<-\sqrt{12} \vee x>\sqrt{12}$
$x<-2\sqrt{3} \vee x>2\sqrt{3}$

i $x^2-6<30$
$x^2<36$
$-6<x<6$

9

a $\frac{x-2}{3}=\frac{5}{3}$
$x-2=5$
$x=7$

b $\frac{x-1}{3}=\frac{x+2}{4}$
$4(x-1)=3(x+2)$
$4x-4=3x+6$
$x=10$

c $18-3\sqrt{x}=6$
$-3\sqrt{x}=-12$
$\sqrt{x}=4$
$x=4^2=16$

d $\frac{5}{x-1}=\frac{x}{4}$
$x(x-1)=5\cdot 4$
$x^2-x=20$
$x^2-x-20=0$
$(x+4)(x-5)=0$
$x=-4 \vee x=5$

e $\frac{15}{2x-3}+2=7$
$\frac{15}{2x-3}=\frac{5}{1}$
$5(2x-3)=15\cdot 1$
$10x-15=15$
$10x=30$
$x=3$

f $7+\sqrt{2x-3}=13$
$\sqrt{2x-3}=6$
$2x-3=6^2=36$
$2x=39$
$x=19\frac{1}{2}$

g $80-\frac{8x}{3x-8}=76$
$-\frac{8x}{3x-8}=-4$
$\frac{8x}{3x-8}=\frac{4}{1}$
$4(3x-8)=8\cdot x$
$12x-32=8x$
$4x=32$
$x=8$

h $\frac{2x+1}{4x-3}-7=-9$
$\frac{2x+1}{4x-3}=\frac{-2}{1}$
$1\cdot(2x+1)=-2(4x-3)$
$2x+1=-8x+6$
$10x=5$
$x=\frac{1}{2}$

i $3{,}1\sqrt{3{,}5x+18}+1=16{,}5$
$3{,}1\sqrt{3{,}5x+18}=15{,}5$
$\sqrt{3{,}5x+18}=5$
$3{,}5x+18=5^2=25$
$3{,}5x=7$
$x=2$

10

a $x^4=50$
$x=\sqrt[4]{50}\approx 2{,}66 \vee x=-\sqrt[4]{50}\approx -2{,}66$

b $x^3=7$
$x=\sqrt[3]{7}\approx 1{,}91$

c $x^6=-10$
geen oplossingen

d $x^7=-100$
$x=\sqrt[7]{-100}\approx -1{,}93$

e $3x^4+1=16$
$3x^4=15$
$x^4=5$
$x=\sqrt[4]{5}\approx 1{,}50 \vee x=-\sqrt[4]{5}\approx -1{,}50$

f $4-x^6=3$
$x^6=1$
$x=\sqrt[6]{1}=1 \vee x=-\sqrt[6]{1}=-1$

g $8-x^3=4-5x^3$
$4x^3=-4$
$x^3=-1$
$x=\sqrt[3]{-1}=-1$

h $6x^5+9=51$
$6x^5=42$
$x^5=7$
$x=\sqrt[5]{7}\approx 1{,}48$

i $2x^6+4=11$
$2x^6=7$
$x^6=\frac{7}{2}$
$x=\sqrt[6]{\frac{7}{2}}\approx 1{,}23 \vee x=-\sqrt[6]{\frac{7}{2}}\approx -1{,}23$

© Noordhoff Uitgevers bv

11 **a** $x^6 = 4x^2$
$x^6 - 4x^2 = 0$
$x^2(x^4 - 4) = 0$
$x^2 = 0 \ \vee \ x^4 = 4$
$x = 0 \ \vee \ x = \sqrt[4]{4} \ \vee \ x = -\sqrt[4]{4}$
$x = 0 \ \vee \ x \approx 1{,}41 \ \vee \ x \approx -1{,}41$

b $3x^7 = 12x^4$
$3x^7 - 12x^4 = 0$
$3x^4(x^3 - 4) = 0$
$3x^4 = 0 \ \vee \ x^3 = 4$
$x = 0 \ \vee \ x = \sqrt[3]{4} \approx 1{,}59$

c $5x^3 - 8 = 3x^2 - 8$
$5x^3 - 3x^2 = 0$
$x^2(5x - 3) = 0$
$x^2 = 0 \ \vee \ 5x = 3$
$x = 0 \ \vee \ x = \frac{3}{5}$

d $10x^6 = 0{,}03x^8 + 4x^6$
$6x^6 - 0{,}03x^8 = 0$
$x^6(6 - 0{,}03x^2) = 0$
$x^6 = 0 \ \vee \ 0{,}03x^2 = 6$
$x = 0 \ \vee \ x^2 = 200$
$x = 0 \ \vee \ x = \sqrt{200} \ \vee \ x = -\sqrt{200}$
$x = 0 \ \vee \ x \approx 14{,}14 \ \vee \ x \approx -14{,}14$

e $(x - 3)^6 - 8 = 20$
$(x - 3)^6 = 28$
$x - 3 = \sqrt[6]{28} \ \vee \ x - 3 = -\sqrt[6]{28}$
$x = \sqrt[6]{28} + 3 \approx 4{,}74 \ \vee \ x = -\sqrt[6]{28} + 3 \approx 1{,}26$

f $5(2x - 5)^4 = 18$
$(2x - 5)^4 = \frac{18}{5}$
$2x - 5 = \sqrt[4]{\frac{18}{5}} \ \vee \ 2x - 5 = -\sqrt[4]{\frac{18}{5}}$
$2x = \sqrt[4]{\frac{18}{5}} + 5 \ \vee \ 2x = -\sqrt[4]{\frac{18}{5}} + 5$
$x = \dfrac{\sqrt[4]{\frac{18}{5}} + 5}{2} \approx 3{,}19 \ \vee \ x = \dfrac{-\sqrt[4]{\frac{18}{5}} + 5}{2} \approx 1{,}81$

Project: Telecommunicatie

bladzijde 197

1 **a** gebaren, mimiek, lichaamshouding, oogcontact
b praten (rechtstreeks in een gesprek, telefoneren), schrijven (brief, e-mail, sms, chatten), communicatie via beelden en plaatjes
c Dieren kunnen met elkaar communiceren door middel van geluiden, geuren, kleuren, signalen en tasten.
d informatie overbrengen, sociaal doel (contact hebben/maken), voortplanting (partner zoeken/vinden)

bladzijde 198

2 **a** Verbale communicatie is communicatie met woorden, geschrift en/of gebaar waarbij is afgesproken wat de betekenis is. Voorbeelden zijn praten, schrijven, politiesignalen en gebarentaal die dove mensen gebruiken.
Non-verbale communicatie is communicatie zonder woorden die vooral wordt gebruikt (dat kan ook onbewust) om gevoelens en emoties uit te drukken. Voorbeelden zijn lichaamshouding en gelaatsuitdrukking.
Vaak gaan verbale en non-verbale communicatie samen. Denk daarbij aan bijvoorbeeld het maken van handgebaren of een gelaatsuitdrukking.
b Massacommunicatie: massaal professioneel geproduceerde boodschappen worden via technische verspreidingsmiddelen indirect en eenzijdig aan een selectief publiek aangeboden. Denk hierbij aan televisie, radio, krant, internet en telefoon.
Bij een krant is bijvoorbeeld de context (de inhoud van de krant, alle artikelen samen) de boodschap die door de redactie en de uitgeverij wordt aangeboden aan de lezers van de krant.

Eenzijdige/tweezijdige communicatie: bij eenzijdige communicatie is er sprake van eenrichtingsverkeer waarbij de zender een bericht doorgeeft aan de ontvanger, die daar niet op reageert. Bij tweezijdige communicatie wisselen de deelnemende partijen voortdurend in hun rol als zender/ontvanger.
Voorbeelden van tweezijdige communicatie zijn een telefoongesprek, een interview en een afspraak maken. Voorbeelden van eenzijdige communicatie zijn een boek lezen, het journaal kijken en deelnemen aan het verkeer (verkeersborden lezen en verkeerssignalen volgen).

Visuele communicatie: communicatie door middel van beelden. Voorbeelden zijn reclameposters en folders, grafieken en diagrammen die (statistische) informatie weergeven, het sturen van een kaart en het gebruiken van emoticons bij e-mail en chatten.

Digitale communicatie: communicatie via digitale kanalen. Denk bijvoorbeeld aan websites van bedrijven, het up- en downloaden van muziek en film en het beveiligen van je pc met een firewall.
c Voorbeelden van communicatiemiddelen zijn krant, televisie, radio, internet, telefoon, tijdschriften, reclamefolders, brief, ansichtkaart, enzovoort.

© Noordhoff Uitgevers bv

3 a gezichtsvermogen (zien)
gehoor (horen)
reukzin (ruiken)
smaakzin (proeven)
tastzin (voelen)
thermoceptie (warmte/kou voelen)
nociceptie (pijn voelen)
evenwichtszin (evenwicht)
proprioceptie (bewegingen, lichaamsbewust zijn)

b Het gezichtsvermogen gebruik je om te lezen, om plaatjes en beelden te bekijken en om non-verbale communicatie waar te nemen.
Het gehoor gebruik je om te luisteren naar wat anderen zeggen.
De reukzin gebruik je om (lichaams)geuren op te kunnen vangen. Je kunt hierbij denken aan het ruiken van angstzweet of aan het koken van een lekkere maaltijd die voor jou wordt klaargemaakt.
Bij de tastzin kun je denken aan het uiten van liefde (aaien, strelen), maar ook aan het uiten van woede (slaan).
Proprioceptie is vooral van belang bij non-verbale communicatie.
De overige zintuigen spelen in mindere mate een rol bij communicatie.

4 a Communicatie tussen soortgenoten
- bepalen van plaats en rang in de groep (apen)
- concurrentie om voedsel (leeuwen)
- concurrentie om partner (vogels)
- communicatie moeder-jong (eenden)
- afbakenen territorium door urine of geurstoffen uit klieren (honden, insecten)
- vruchtbaar vrouwtje dat geur afstoot (bij veel zoogdieren)
- vrouwtjes lokken met geluid (blaffende gekko's)
- geluid ter verdediging (sissende katten met bolle rug, grommende honden)

Communicatie tussen verschillende soorten
- schrikkleur tegen predatoren (oogvlekken bij vlinders, felle kleuren bij kevers)
- camouflagekleuren (bij kameleon)

b

apen brullen, krijsen, schreeuwen	honden blaffen
vogels zingen, fluiten	katten miauwen
ezels balken	kikkers kwaken, brullen
paarden hinniken	geiten mekkeren
marmotten fluiten	walvissen zingen
dolfijnen kwetteren, klikken	edelherten brullen

5 a sprinkhanen: wrijven met lichaamsdelen tegen elkaar om geluid te maken (= stridulatie)
b vlinders: verspreiden geuren
c bonte specht: roffelt op bomen
d mieren: verspreiden geuren
e vissen: maken gebruik van tekens, gebaren en signalen, maar ook van kleuren en geluiden
f bijen: dansen (op-en-neer en heen-en-weer bewegen)

bladzijde 200

6 a In 490 voor Christus snelde de Griekse soldaat Phidippides van Marathon naar Athene om het nieuws van de overwinning van de Atheners op de Perzen over te brengen.
b Dat betekent dat men in ieder geval $\frac{555}{6-1} = 111$ km ver kon zien van één bergtop naar een andere bergtop. Dat lijkt onmogelijk.
c 44, 22, 31, 15 en 13, 42, 11, 51, 15, 24, 45

© Noordhoff Uitgevers bv

d Met een optische telegraaf geef je informatie door met behulp van tekens/signalen die je (over grote afstand) met het oog moet kunnen zien. Het woord optisch heeft betrekking op het kunnen zien van de tekens/signalen.

7 **a,b** De dwarsbalk van het apparaat heet de regulateur. De regulateur kan met behulp van koorden en katrollen in 4 standen worden gezet.
Aan beide uiteinden is de regulateur voorzien van een soort vleugel die indicateur worden genoemd. Elk van de twee indicateuren kan in 7 standen worden gezet, ook weer met behulp van kabels en katrollen.
Een telegrafist kan met de manipulateur, dat is een soort hendel, de constructie boven z'n hoofd bewegen.
Een telegraafstation werd door twee telegrafisten bediend.
Met sterke verrekijkers werden de buurtposten op vaste tijden geobserveerd.
Op de eindpunten waren codeboeken aanwezig waarmee de berichten ontcijferd werden.

8 **a** De beschikbare standen zijn die van 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°. De stand die hoort bij 0° (of 360°) is hetzelfde als die bij 180°. De indicateur staat dan horizontaal. Het is over grote afstand niet te zien of de indicateur samenvalt met de regulateur (0°) of in het verlengde van de regulateur ligt (180°). Daarom zijn er voor elke indicateur zeven standen beschikbaar en geen acht.
b De regulateur kan in vier standen staan en beide indicateuren elk in zeven, dus er kunnen $4 \cdot 7 \cdot 7 = 196$ figuren worden gemaakt.

9 **a** codeboek 2
pagina 25
letter/woord/uitdrukking 70
b $3 \cdot 92 \cdot 92 = 25392$ en dat is meer dan 25000.

bladzijde 201

10 **a** 220 km in 15 minuten is $4 \cdot 220 = 880$ km/uur.
b 220 km in 15 uur is $\frac{220}{15} \approx 15$ km/uur.
c Een Boeing 747 heeft een kruissnelheid van ruim 900 km/uur. Bij een Boeing 737 is deze snelheid iets lager. Dus het doorseinen van een teken gaat met de snelheid van een hedendaags passagiersvliegtuig.
d Stel dat een telegrafist gemiddeld twee tekens per minuut doorseint. Over 100 tekens doet elke telegrafist dan 50 minuten. Het doorseinen van een teken van Lille naar Parijs duurt 15 minuten. De eerste telegrafist heeft na 50 minuten zijn laatste teken verzonden, die dan nog 15 minuten onderweg is. De boodschap is dus $50 + 15 = 65$ minuten onderweg.

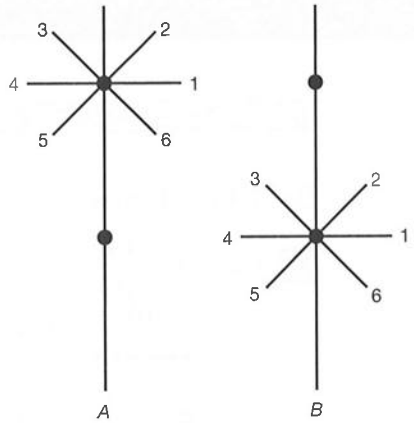
11 **a** De Chappe telegraafroute in Frankrijk werd uitgebreid naar België en Nederland.
Groot-Brittannië en Zweden hadden hun eigen telegraafverbindingen.
In Frankrijk ontwikkelde ene Depillon een alternatief systeem met seinpalen.
In Nederland was een kusttelegraaf in gebruik (rond 1800) die bestond uit een ra waaraan bollen werden gehesen.
In Nederland ontwikkelde Antoine Lipkens rond 1830 de telegraaf van Lipkens.
b De optische telegraaf werd door de marine gebruikt om alarm te slaan bij nadering van vijandige schepen, maar bijvoorbeeld ook om verkiezingsuitslagen door te geven.
c Door de komst van de elektrische telegraaf rond 1850 verdween de optische telegraaf.

© Noordhoff Uitgevers bv

12 **a** Eén arm kon in acht posities worden gezet. Bij een verticale stand horen twee posities (90° en 270°) die hetzelfde teken geven. Dus er zijn met één arm in totaal zeven tekens mogelijk.
Bij twee armen zijn $7^2 = 49$ tekens mogelijk.
Bij drie armen zijn $7^3 = 343$ tekens mogelijk.
Bij vier armen zijn $7^4 = 2401$ tekens mogelijk.

b Het gaat bij deze opgave om de tekens waarbij één van de twee armen verticaal staat. Zie de figuur.
Bij A staat de onderste arm verticaal en bij B de bovenste arm.
Het is vanuit de verte niet te zien of de onderste arm verticaal staat en de bovenste in bijvoorbeeld stand 5 (zie A) of dat de bovenste verticaal staat en de onderste in stand 5 (zie B).
Zo zijn er bij twee armen dus zes tekens niet beschikbaar.

c Bij drie armen zijn 42 tekens niet bruikbaar.



bladzijde 202

13 **a** Er zijn in totaal $2^6 = 64$ standen.
Als alle panelen horizontaal staan zie je niks. Er zijn dus $64 - 1 = 63$ tekens met de panelen te maken.

b code met 0 cijfers aantal $= 26$
code met 1 cijfer aantal $= 26 \cdot 10 = 260$
code met 2 cijfers aantal $= 26 \cdot 10 \cdot 10 = 2600$
code met 3 cijfers aantal $= 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 26000$
Het totale aantal codes is $26 + 260 + 2600 + 26000 = 28886$.

bladzijde 203

14 *

15 **a** Bij vijf abonnees zijn er $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$ rechtstreekse verbindingen.

b aantal $= \frac{1}{2} \cdot 10000 \cdot 9999 = 49995000$

c $A = \frac{1}{2}n(n-1)$

16 **a** Een telefoniste werkt 8 uur per dag, dus je hebt $24 : 8 = 3$ telefonistes per dag nodig.
7,6 miljoen telefoonaansluitingen en 120 stopcontacten-met-een-lampje per telefoniste geeft $\frac{7{,}6 \cdot 10^6}{120}$ telefonistes.
Per dag heb je $3 \cdot \frac{7{,}6 \cdot 10^6}{120} = 190000$ telefonistes nodig.

b *

17 *

© Noordhoff Uitgevers bv

Algemene herhaling

bladzijde 204

6 Goniometrie

1 $\tan(\angle A) = \dfrac{CD}{AD}$ geeft $\tan(80°) = \dfrac{10}{AD}$

$AD = \dfrac{10}{\tan(80°)} = 1{,}76\ldots$

$\tan(\angle B) = \dfrac{CD}{BD}$ geeft $\tan(50°) = \dfrac{10}{BD}$

$BD = \dfrac{10}{\tan(50°)} = 8{,}39\ldots$

$\sin(\angle A) = \dfrac{CD}{AC}$ geeft $\sin(80°) = \dfrac{10}{AC}$

$AC = \dfrac{10}{\sin(80°)} = 10{,}15\ldots$

$\sin(\angle B) = \dfrac{CD}{BC}$ geeft $\sin(50°) = \dfrac{10}{BC}$

$BC = \dfrac{10}{\sin(50°)} = 13{,}05\ldots$

De gevraagde omtrek is $AD + BD + BC + AC =$
$1{,}76\ldots + 8{,}39\ldots + 13{,}05\ldots + 10{,}15\ldots \approx 33{,}36$.

2 $\tan(\angle A) = \dfrac{CD}{AC}$ geeft $\tan(50°) = \dfrac{10}{AC}$

$AC = \dfrac{10}{\tan(50°)} = 8{,}39...$

$\tan(\angle B) = \dfrac{CD}{BC}$ geeft $\tan(60°) = \dfrac{10}{BC}$

$BC = \dfrac{10}{\tan(60°)} = 5{,}77...$

$AB = AC - BC = 8{,}39\ldots - 5{,}77\ldots \approx 2{,}62$

3 In $\triangle BCD$ is $\angle D = 180° - 128° = 52°$ (gestrekte hoek).

$\tan(\angle D) = \dfrac{BC}{BD}$ geeft $\tan(52°) = \dfrac{BC}{6}$

$BC = 6\tan(52°) \approx 7{,}68$

$\tan(\angle A) = \dfrac{BC}{AB}$ geeft $\tan(28°) = \dfrac{7{,}67...}{AB}$

$AB = \dfrac{7{,}67...}{\tan(28°)} \approx 14{,}44$

$AD = AB - BD \approx 14{,}44 - 6 = 8{,}44$

$\sin(\angle A) = \dfrac{BC}{AC}$ geeft $\sin(28°) = \dfrac{7{,}67...}{AC}$

$AC = \dfrac{7{,}67...}{\sin(28°)} \approx 16{,}36$

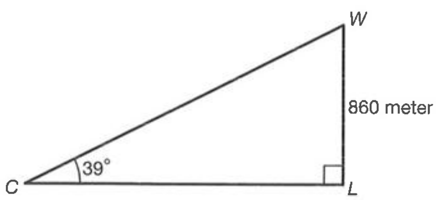
4 **a** $\tan(16°) = \dfrac{WL}{3}$ geeft $WL = 3\tan(16°) \approx 0{,}860$

Dus het wolkendek bevindt zich op een hoogte van 860 meter.

b Zie de schets hiernaast.

$\tan(39°) = \dfrac{860,...}{CL}$ geeft $CL = \dfrac{860,...}{\tan(39°)} \approx 1062$

Dus Carolien is 1062 meter van het punt L.



© Noordhoff Uitgevers bv