

5 Allerlei vergelijkingen

Voorkennis Herleiden

bladzijde 184

- 1** a $5a(2a-3) = 10a^2 - 15a$
b $2x(x-9) = 2x^2 - 18x$
c $(x-3)(x+1) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3$
d $(2p-8)(p+6) = 2p^2 + 12p - 8p - 48 = 2p^2 + 4p - 48$
e $2p^2 - 3p \cdot p + 6 = 2p^2 - 3p^2 + 6 = -p^2 + 6$
f $2(a-8) - 2a = 2a - 16 - 2a = -16$
- 2** a $5a + 7(3a-1) = 5a + 21a - 7 = 26a - 7$
b $5a + 7 \cdot 3a - 1 = 5a + 21a - 1 = 26a - 1$
c $(5a+7)(3a-1) = 15a^2 - 5a + 21a - 7 = 15a^2 + 16a - 7$
d $(5a+7) \cdot 3a - 1 = 15a^2 + 21a - 1$
e $12a - 3(4a-1) = 12a - 12a + 3 = 3$
f $12a - 3 \cdot 4a - 1 = 12a - 12a - 1 = -1$
g $(12a-3)(4a-1) = 48a^2 - 12a - 12a + 3 = 48a^2 - 24a + 3$
h $12a \cdot 3(4a-1) = 36a(4a-1) = 144a^2 - 36a$
i $5a + (a-1)(a-4) = 5a + a^2 - 4a - a + 4 = a^2 + 4$
j $2q(q-1) - q(2q+3) = 2q^2 - 2q - 2q^2 - 3q = -5q$
k $2q \cdot q - 1 \cdot -q \cdot 2q + 3 = 2q^2 + 2q^2 + 3 = 4q^2 + 3$
l $2q^2 - q(2q+1) + q = 2q^2 - 2q^2 - q + q = 0$
- 3** a $(a-5)^2 = a^2 - 10a + 25$
b $(b+9)^2 = b^2 + 18b + 81$
c $(a-9)(a+9) = a^2 - 81$
d $(b+12)(b-12) = b^2 - 144$
e $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
f $(x+11)^2 = x^2 + 22x + 121$
- 4** a $(a-8)^2 + (a+8)^2 = a^2 - 16a + 64 + a^2 + 16a + 64 = 2a^2 + 128$
b $(a-8)(a+8) - a^2 = a^2 - 64 - a^2 = -64$
c $(a-1)^2 - a(a-1) = a^2 - 2a + 1 - a^2 + a = -a + 1$
d $(a+7)^2 - 7 \cdot 2a = a^2 + 14a + 49 - 14a = a^2 + 49$
e $(a-8)(a+7) + (a-7)(a-7) = a^2 + 7a - 8a - 56 + a^2 - 14a + 49 = 2a^2 - 15a - 7$
f $a(a+12) + (a-12)^2 = a^2 + 12a + a^2 - 24a + 144 = 2a^2 - 12a + 144$

bladzijde 185

- 5** a $5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$
b $5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
c $3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$
d $\sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$
e $\sqrt{36} - \sqrt{9} = 6 - 3 = 3$
f $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ kan niet
- 6** a $5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 15\sqrt{10}$
b $3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{30}$
c $5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{4} = 15 \cdot 2 = 30$
d $5\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{12} = 35\sqrt{36} = 35 \cdot 6 = 210$
e $5\sqrt{9} \cdot 7 = 5 \cdot 3 \cdot 7 = 105$
f $3\sqrt{6} \cdot -2\sqrt{6} = -6\sqrt{36} = -6 \cdot 6 = -36$
- 7** a $3\sqrt{2} + 5\sqrt{7}$ kan niet
b $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{7} = 15\sqrt{14}$
c $5\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} = 10\sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$
d $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$
e $3\sqrt{25} - 5\sqrt{9} = 3 \cdot 5 - 5 \cdot 3 = 15 - 15 = 0$
f $9\sqrt{2} \cdot -3\sqrt{8} = -27\sqrt{16} = -27 \cdot 4 = -108$

5.1 Herleiden

bladzijde 186

- 1** a $-2x + 7x = 5x$
b $8a - 9a = -a$
c $-p + 3(p-4) = -p + 3p - 12 = 2p - 12$
d $(x-2)(x+4) = x^2 + 4x - 2x - 8 = x^2 + 2x - 8$
e $(-5z)^2 = 25z^2$
f $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$

- 2** a $(p+6)^2 = p^2 + 12p + 36$ d $(11a-3b)^2 = 121a^2 - 66ab + 9b^2$
 b $(2x-7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$ e $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
 c $(3+2q)(3-2q) = 9 - 4q^2$ f $(5c-2d)(5c+2d) = 25c^2 - 4d^2$
- 3** a $-4(3x-2y) - x(2-3y) = -12x + 8y - 2x + 3xy = -14x + 8y + 3xy$
 b $(a+5b)(a-5b) - (a^2+5b) = a^2 - 25b^2 - a^2 - 5b = -25b^2 - 5b$
 c $(6p)^2 - 3(2-3p) - p(p+9) = 36p^2 - 6 + 9p - p^2 - 9p = 35p^2 - 6$
 d $(3e-f)^2 - f(f-7e) = 9e^2 - 6ef + f^2 - f^2 + 7ef = 9e^2 + ef$
- 4** a $(p-1)(2p-3) - (p+1)^2 = 2p^2 - 3p - 2p + 3 - (p^2 + 2p + 1) = 2p^2 - 3p - 2p + 3 - p^2 - 2p - 1 = p^2 - 7p + 2$
 b $(6-5d)^2 - d(5-d) = 36 - 60d + 25d^2 - 5d + d^2 = 36 - 65d + 26d^2$
 c $(2a-3)(5-2a) - (1-2a)(1+2a) = 10a - 4a^2 - 15 + 6a - (1 - 4a^2) = 10a - 4a^2 - 15 + 6a - 1 + 4a^2 = 16a - 16$
 d $(3-7y)(3+7y) - 9 - 3y(5-12y) = 9 - 49y^2 - 9 - 15y + 36y^2 = -13y^2 - 15y$
 e $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$
 f $(2x-3y)(2x+3y) - 4(x^2-x) = 4x^2 - 9y^2 - 4x^2 + 4x = -9y^2 + 4x$
- 5** a $5(2x-1)^2 = 5(4x^2 - 4x + 1) = 20x^2 - 20x + 5$
 b $-(z-4)^2 = -(z^2 - 8z + 16) = -z^2 + 8z - 16$
 c $2(d+7)^2 = 2(d^2 + 14d + 49) = 2d^2 + 28d + 98$
 d $-3a(2a+5)^2 = -3a(4a^2 + 20a + 25) = -12a^3 - 60a^2 - 75a$
 e $(x+5)^2 - 5(x-1)(x-5) = x^2 + 10x + 25 - 5(x^2 - 5x - x + 5) = x^2 + 10x + 25 - 5x^2 + 25x + 5x - 25 = -4x^2 + 40x$
 f $(y-3)^2 - 2(y-2)^2 = y^2 - 6y + 9 - 2(y^2 - 4y + 4) = y^2 - 6y + 9 - 2y^2 + 8y - 8 = -y^2 + 2y + 1$
 g $(2q-3)^2 - 3q(q-4)^2 = 4q^2 - 12q + 9 - 3q(q^2 - 8q + 16) = 4q^2 - 12q + 9 - 3q^3 + 24q^2 - 48q = 28q^2 - 60q + 9 - 3q^3$
 h $(3c)^2 - (3c-1)^2 = 9c^2 - (9c^2 - 6c + 1) = 9c^2 - 9c^2 + 6c - 1 = 6c - 1$
- 6** a $(x+5)(x-6) - (x-4)(x-3) = x^2 - 6x + 5x - 30 - (x^2 - 3x - 4x + 12) = x^2 - 6x + 5x - 30 - x^2 + 3x + 4x - 12 = 6x - 42 = 6(x-7)$
 b $(x+3y)^2 - (3x+y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2 - (9x^2 + 6xy + y^2) = x^2 + 6xy + 9y^2 - 9x^2 - 6xy - y^2 = -8x^2 + 8y^2 = 8(y^2 - x^2) = 8(y+x)(y-x)$
 c $(x+ay)^2 + (ax-y)^2 = x^2 + 2axy + a^2y^2 + a^2x^2 - 2axy + y^2 = x^2 + a^2y^2 + a^2x^2 + y^2 = a^2x^2 + x^2 + a^2y^2 + y^2 = (a^2+1)x^2 + (a^2+1)y^2 = (a^2+1)(x^2+y^2)$
- 7** $W = R - K = q(-0,02q + 250) - (12q + 300) = -0,02q^2 + 250q - 12q - 300 = -0,02q^2 + 238q - 300$

- 8** a $(x+3)(x+y+1) - x^2 + xy + x + 3x + 3y + 3 = x^2 + xy + 4x + 3y + 3$
 b $(2x-y)(x-y+5) = 2x^2 - 2xy + 10x - xy + y^2 - 5y = 2x^2 - 3xy + 10x + y^2 - 5y$
 c $(2x+3)^3 = (2x+3)(2x+3)^2 = (2x+3)(4x^2 + 12x + 9) = 8x^3 + 24x^2 + 18x + 12x^2 + 36x + 27 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
 d $(x+y+3)(x-y-3) = x^2 - xy - 3x + xy - y^2 - 3y + 3x - 3y - 9 = x^2 - y^2 - 6y - 9$
 e $(x+y)^2(x-y+4) = (x^2 + 2xy + y^2)(x-y+4) = x^3 - x^2y + 4x^2 + 2x^2y - 2xy^2 + 8xy + xy^2 - y^3 + 4y^2 = x^3 + x^2y + 4x^2 - xy^2 + 8xy - y^3 + 4y^2$
 f $(x-1)^3 = (x-1)(x-1)^2 = (x-1)(x^2 - 2x + 1) = x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
- 9** a $I = (x-1)(x-2)(x-5) = (x^2 - 2x - x + 2)(x-5) = x^3 - 5x^2 - 2x^2 + 10x - x^2 + 5x + 2x - 10 = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$

b $I = (3a - 4)^3 = (3a - 4)(3a - 4)^2 = (3a - 4)(9a^2 - 24a + 16) =$
 $27a^3 - 72a^2 + 48a - 36a^2 + 96a - 64 = 27a^3 - 108a^2 + 144a - 64$
c $I = (2x - 3)(2x + 3)(3x + 2) = (4x^2 - 9)(3x + 2) = 12x^3 + 8x^2 - 27x - 18$

bladzijde 189

10 a $d_1^2 = (n - 1)^2 + (n + 1)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2$
 $d_2^2 = (n - 2)^2 + (n + 2)^2 = n^2 - 4n + 4 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 8$
 $d_2^2 - d_1^2 = 2n^2 + 8 - (2n^2 + 2) = 2n^2 + 8 - 2n^2 - 2 = 6$
 $d_3^2 = (n - 3)^2 + (n + 3)^2 = n^2 - 6n + 9 + n^2 + 6n + 9 = 2n^2 + 18$
 $d_4^2 = (n - 4)^2 + (n + 4)^2 = n^2 - 16n + 16 + n^2 + 16n + 16 = 2n^2 + 32$
 $d_4^2 - d_3^2 = 2n^2 + 32 - (2n^2 + 18) = 2n^2 + 32 - 2n^2 - 18 = 14$
b $d_k^2 = (n - k)^2 + (n + k)^2 = n^2 - 2kn + k^2 + n^2 + 2kn + k^2 = 2n^2 + 2k^2$
c $d_k^2 = 2n^2 + 2k^2$, dus $d_{k+1}^2 = 2n^2 + 2(k + 1)^2 = 2n^2 + 2(k^2 + 2k + 1)^2 =$
 $2n^2 + 2k^2 + 4k + 2.$
 $d_{k+1}^2 - d_k^2 = 2n^2 + 2k^2 + 4k + 2 - (2n^2 + 2k^2) = 2n^2 + 2k^2 + 4k + 2 - 2n^2 - 2k^2 =$
 $4k + 2$

11 a inhoud II = $b^2(a - b)$
inhoud III = $ab(a - b)$
inhoud IV = $a^2(a - b)$
b inhoud II + inhoud III + inhoud IV = $b^2(a - b) + ab(a - b) + a^2(a - b) =$
 $(b^2 + ab + a^2)(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
c inhoud kubus = inhoud I + inhoud II + inhoud III + inhoud IV, dus
inhoud kubus - inhoud I = inhoud II + inhoud III + inhoud IV =
 $(a - b)(a^2 + ab + b^2).$
Maar ook inhoud kubus - inhoud I = $a^3 - b^3.$
Dus $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$

5.2 De abc-formule

bladzijde 180

12 a $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$
b $(x - 2)(x + 7) = x^2 + 7x - 2x - 14 = x^2 + 5x - 14$
c $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$
d $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$
e $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$
f $x^2 - 6x - 7 = (x + 1)(x - 7)$

13 a $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$
b $x^2 - 8x = 0$
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$

c $x^2 + 6x - 2 = 0$
 $(x + 3)^2 - 9 - 2 = 0$
 $(x + 3)^2 = 11$
 $x + 3 = \sqrt{11} \vee x + 3 = -\sqrt{11}$
 $x = \sqrt{11} - 3 \vee x = -\sqrt{11} - 3$
 $x \approx 0,32 \vee x \approx -6,32$
d $(x + 5)^2 = 36$
 $x + 5 = 6 \vee x + 5 = -6$
 $x = 1 \vee x = -11$

14 a $6x^2 - 18x = 60$
 $6x^2 - 18x - 60 = 0$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

b $-x^2 + x + 3 = 0$
 $x^2 - x - 3 = 0$
 $(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 3 = 0$
 $(x - \frac{1}{2})^2 = 3\frac{1}{4}$
 $x - \frac{1}{2} = \sqrt{3\frac{1}{4}} \vee x - \frac{1}{2} = -\sqrt{3\frac{1}{4}}$
 $x = \sqrt{3\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} \vee x = -\sqrt{3\frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$
 $x \approx 2,30 \vee x \approx -1,30$

c $3x^2 = 7x$
 $3x^2 - 7x = 0$
 $x(3x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee 3x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = 7$
 $x = 0 \vee x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

d $x^2 - 2x - 10 = 0$
 $(x - 1)^2 - 1 - 10 = 0$
 $(x - 1)^2 = 11$
 $x - 1 = \sqrt{11} \vee x - 1 = -\sqrt{11}$
 $x = \sqrt{11} + 1 \vee x = -\sqrt{11} + 1$
 $x \approx 4,32 \vee x \approx -2,32$

bladzijde 191

15 a $x^2 = 6x + 3$
 $x^2 - 6x - 3 = 0$
 $a = 1, b = -6$ en $c = -3$

b $x^2 - 5x = 2x - 7(1 + x)$
 $x^2 - 5x = 2x - 7 - 7x$
 $x^2 + 7 = 0$
 $a = 1, b = 0$ en $c = 7$

bladzijde 192

16 a $3x^2 - 7x + 2 = 0$, dus $a = 3, b = -7$ en $c = 2$.
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25$

$$x = \frac{7 - \sqrt{25}}{6} \vee x = \frac{7 + \sqrt{25}}{6}$$

$$x = \frac{7 - 5}{6} = \frac{1}{3} \vee x = \frac{7 + 5}{6} = 2$$

b $5x^2 - x - 4 = 0$, dus $a = 5, b = -1$ en $c = -4$.
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 1 + 80 = 81$

$$x = \frac{1 - \sqrt{81}}{10} \vee x = \frac{1 + \sqrt{81}}{10}$$

$$x = \frac{1 - 9}{10} = -\frac{4}{5} \vee x = \frac{1 + 9}{10} = 1$$

c $10x^2 + 9x + 2 = 0$, dus $a = 10, b = 9$ en $c = 2$.
 $D = 9^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 81 - 80 = 1$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{1}}{20} \vee x = \frac{-9 + \sqrt{1}}{20}$$

$$x = \frac{-9 - 1}{20} = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{-9 + 1}{20} = -\frac{4}{5}$$

17 a $3x^2 + 3 = 10x$ geeft $3x^2 - 10x + 3 = 0$,
dus $a = 3, b = -10$ en $c = 3$.
 $D = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64$

$$x = \frac{10 - \sqrt{64}}{6} \vee x = \frac{10 + \sqrt{64}}{6}$$

$$x = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3} \vee x = \frac{10 + 8}{6} = 3$$

b $6x^2 + x = 2$ geeft $6x^2 + x - 2 = 0$,
dus $a = 6, b = 1$ en $c = -2$.
 $D = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 1 + 48 = 49$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{49}}{12} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{49}}{12}$$

$$x = \frac{-1 - 7}{12} = -\frac{2}{3} \vee x = \frac{-1 + 7}{12} = \frac{1}{2}$$

c $4x^2 + 3 = 8x$ geeft $4x^2 - 8x + 3 = 0$,
dus $a = 4, b = -8$ en $c = 3$.
 $D = (-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 64 - 48 = 16$

$$x = \frac{8 - \sqrt{16}}{8} \vee x = \frac{8 + \sqrt{16}}{8}$$

$$x = \frac{8 - 4}{8} = \frac{1}{2} \vee x = \frac{8 + 4}{8} = 1\frac{1}{2}$$

d $4x^2 + 5x + 1 = 0$, dus $a = 4, b = 5$ en $c = 1$.
 $D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 25 - 16 = 9$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{9}}{8} \vee x = \frac{-5 + \sqrt{9}}{8}$$

$$x = \frac{-5 - 3}{8} = -1 \vee x = \frac{-5 + 3}{8} = -\frac{1}{4}$$

e $2x^2 + 3x - 5 = 0$, dus $a = 2, b = 3$ en $c = -5$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49$

$$x = \frac{-3 - \sqrt{49}}{4} \vee x = \frac{-3 + \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{-3 - 7}{4} = -2\frac{1}{2} \vee x = \frac{-3 + 7}{4} = 1$$

f $7x^2 - 5x - 2 = 0$, dus $a = 7, b = -5$ en $c = -2$.
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-2) = 25 + 56 = 81$

$$x = \frac{5 - \sqrt{81}}{14} \vee x = \frac{5 + \sqrt{81}}{14}$$

$$x = \frac{5 - 9}{14} = -\frac{2}{7} \vee x = \frac{5 + 9}{14} = 1$$

d $7x = 2x^2 + 5$ geeft $-2x^2 + 7x - 5 = 0$,
dus $a = -2, b = 7$ en $c = -5$.
 $D = 7^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = 49 - 40 = 9$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{9}}{-4} \vee x = \frac{-7 + \sqrt{9}}{-4}$$

$$x = \frac{-7 - 3}{-4} = 2\frac{1}{2} \vee x = \frac{-7 + 3}{-4} = 1$$

e $9x - 4 = 5x^2$ geeft $-5x^2 + 9x - 4 = 0$,
dus $a = -5, b = 9$ en $c = -4$.
 $D = 9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-4) = 81 - 80 = 1$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{1}}{-10} \vee x = \frac{-9 + \sqrt{1}}{-10}$$

$$x = \frac{-9 - 1}{-10} = 1 \vee x = \frac{-9 + 1}{-10} = \frac{4}{5}$$

f $50x^2 + 1 = 15x$ geeft $50x^2 - 15x + 1 = 0$,
dus $a = 50, b = -15$ en $c = 1$.
 $D = (-15)^2 - 4 \cdot 50 \cdot 1 = 225 - 200 = 25$

$$x = \frac{15 - \sqrt{25}}{100} \vee x = \frac{15 + \sqrt{25}}{100}$$

$$x = \frac{15 - 5}{100} = \frac{1}{10} \vee x = \frac{15 + 5}{100} = \frac{1}{5}$$

18 a $2x^2 + 4x + 1 = 0$, dus $a = 2$, $b = 4$ en $c = 1$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16 - 8 = 8$

$$x = \frac{-4 - \sqrt{8}}{4} \approx -1,71 \quad \vee \quad x = \frac{-4 + \sqrt{8}}{4} \approx -0,29$$

b $x^2 + x - 5 = 0$, dus $a = 1$, $b = 1$ en $c = -5$.
 $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 1 + 20 = 21$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \approx -2,79 \quad \vee \quad x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \approx 1,79$$

c $3x^2 = 2x + 8$ geeft $3x^2 - 2x - 8 = 0$,
dus $a = 3$, $b = -2$ en $c = -8$.

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 4 + 96 = 100$$

$$x = \frac{2 - \sqrt{100}}{6} \quad \vee \quad x = \frac{2 + \sqrt{100}}{6}$$

$$x = \frac{2 - 10}{6} \approx -1,33 \quad \vee \quad x = \frac{2 + 10}{6} = 2$$

d $2x^2 + x + 5 = 0$, dus $a = 2$, $b = 1$ en $c = 5$.
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 1 - 40 = -39$

$\sqrt{D} = \sqrt{-39}$ bestaat niet, dus geen oplossingen.

19 a $25x^2 + 20x + 1 = 0$, dus $a = 25$, $b = 20$ en $c = 1$.
 $D = 20^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1 = 400 - 100 = 300$

$$x = \frac{-20 - \sqrt{300}}{50} \approx -0,75 \quad \vee \quad x = \frac{-20 + \sqrt{300}}{50} \approx -0,05$$

b $3x + 1 = 2x^2$ geeft $-2x^2 + 3x + 1 = 0$,
dus $a = -2$, $b = 3$ en $c = 1$.

$$D = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{-4} \approx 1,78 \quad \vee \quad x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{-4} \approx -0,28$$

c $-2x^2 + 5x = 2$ geeft $-2x^2 + 5x - 2 = 0$,
dus $a = -2$, $b = 5$ en $c = -2$.

$$D = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{9}}{-4} \quad \vee \quad x = \frac{-5 + \sqrt{9}}{-4}$$

$$x = \frac{-5 - 3}{-4} = 2 \quad \vee \quad x = \frac{-5 + 3}{-4} = 0,5$$

d $-2x^2 + 12x - 18 = 0$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

20 $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 = 0$

$$x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$a = 1, b = -8 \text{ en } c = 2$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 64 - 8 = 56$$

$$x = \frac{8 - \sqrt{56}}{2} \approx 0,26 \quad \vee \quad x = \frac{8 + \sqrt{56}}{2} \approx 7,74$$

Dus de x -coördinaten van de snijpunten zijn 0,26 en 7,74.

21 a $x^2 - 2x + 2 = 0$, dus $a = 1$, $b = -2$ en $c = 2$.

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$$

b $\sqrt{D} = \sqrt{-4}$ bestaat niet, dus de vergelijking $x^2 - 2x + 2 = 0$ heeft nul oplossingen.

De grafiek van f heeft geen snijpunten met de x -as.

c $0,5x^2 - 2x + 2 = 0$, dus $a = 0,5$, $b = -2$ en $c = 2$.

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 4 - 4 = 0$$

$$x = \frac{2 - \sqrt{0}}{1} \quad \vee \quad x = \frac{2 + \sqrt{0}}{1}$$

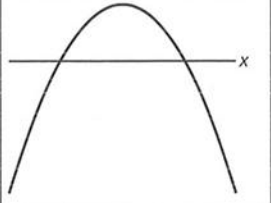
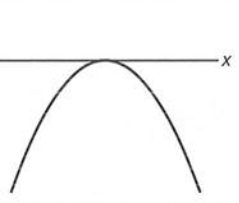
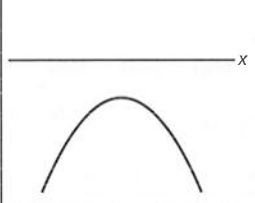
$$x = 2$$

e De vergelijking $0,5x^2 - 2x + 2 = 0$ heeft één oplossing.

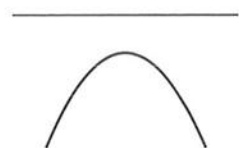
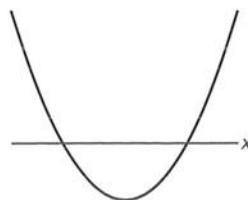
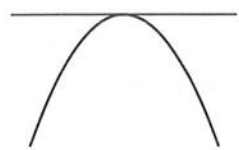
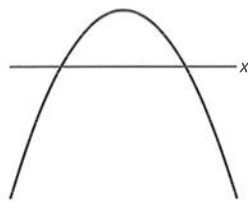
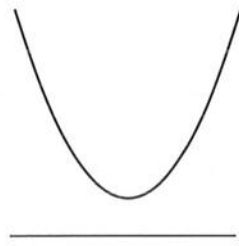
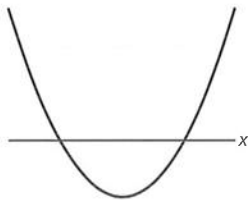
De grafiek van g raakt de x -as.

- 22** a $y = x^2 + 2x + 3$, dus $a = 1$, $b = 2$ en $c = 3$.
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
- b $y = -x^2 - x + 1$, dus $a = -1$, $b = -1$ en $c = 1$.
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 1 + 4 = 5$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
- c $y = x^2 + 9x + 20$, dus $a = 1$, $b = 9$ en $c = 20$.
 $D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = 81 - 80 = 1$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
- d $y = 4x^2 - 4x + 1$, dus $a = 4$, $b = -4$ en $c = 1$.
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16 - 16 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.

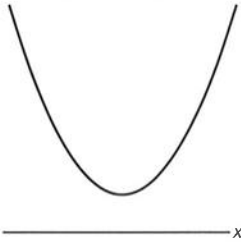
23 De parabool $y = ax^2 + bx + c$ met $a < 0$

$D > 0$ twee oplossingen	$D = 0$ één oplossing	$D < 0$ geen oplossingen
		
De parabool heeft twee snijpunten met de x -as	De parabool heeft één snijpunt (raakpunt) met de x -as	De parabool heeft geen snijpunten met de x -as

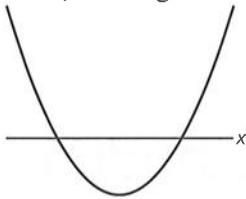
- 24** a $y = 2x^2 + 3x - 4$, dus $a = 2$, $b = 3$ en $c = -4$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 9 + 32 = 41$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.
- b $y = -x^2 + 6x + 1$, dus $a = -1$, $b = 6$ en $c = 1$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 36 + 4 = 40$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.
- c $y = x^2 + 2x$, dus $a = 1$, $b = 2$ en $c = 0$.
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 4 - 0 = 4$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.
- d $y = 8x^2 - x + 1$, dus $a = 8$, $b = -1$ en $c = 1$.
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1 = 1 - 32 = -31$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.
- e $y = -4x^2 + 6x - 2\frac{1}{4}$, dus $a = -4$, $b = 6$ en $c = -2\frac{1}{4}$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-2\frac{1}{4}) = 36 - 36 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.
- f $y = -x^2 - 2$, dus $a = -1$, $b = 0$ en $c = -2$.
 $D = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = 0 - 8 = -8$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



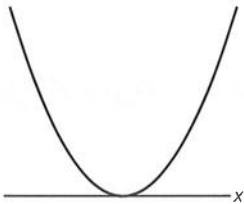
- 25 a** $f(x) = x^2 + 4x + 6$, dus $a = 1$, $b = 4$ en $c = 6$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 16 - 24 = -8$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- b** $f(x) = x^2 + 4x - 3$, dus $a = 1$, $b = 4$ en $c = -3$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16 + 12 = 28$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- c** $p = 4$ geeft $f(x) = x^2 + 4x + 4$, dus $a = 1$, $b = 4$ en $c = 4$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



bladzijde 196

- 26 a** $f(x) = 2x^2 - x + p$, dus $a = 2$, $b = -1$ en $c = p$.
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p = 1 - 8p$
De x -as raken, dus $D = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 8p = 0 \\ -8p = -1 \end{array} \right\} p = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8}$$

- b** $f(p) = 18$ geeft $2p^2 - p + p = 18$
 $2p^2 = 18$
 $p^2 = 9$
 $p = 3 \vee p = -3$

- c** $f(3p) = 2p + 14$ geeft $2 \cdot (3p)^2 - 3p + p = 2p + 14$
 $2 \cdot 9p^2 - 3p + p = 2p + 14$
 $18p^2 - 4p - 14 = 0$
 $a = 18$, $b = -4$ en $c = -14$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 18 \cdot (-14) = 1024$
 $p = \frac{4 - \sqrt{1024}}{36} \vee p = \frac{4 + \sqrt{1024}}{36}$
 $p = \frac{4 - 32}{36} = -\frac{7}{9} \vee p = \frac{4 + 32}{36} = 1$

- 27 a** $f(x) = -3x^2 + 12x + p$, dus $a = -3$, $b = 12$ en $c = p$.
 $D = 12^2 - 4 \cdot (-3) \cdot p = 144 + 12p$
De x -as raken, dus $D = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} 144 + 12p = 0 \\ 12p = -144 \end{array} \right\} p = \frac{-144}{12} = -12$$

b $f(p) = 2p + 8$ geeft $-3p^2 + 12p + p = 2p + 8$
 $-3p^2 + 11p - 8 = 0$
 $a = -3, b = 11$ en $c = -8$
 $D = 11^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-8) = 25$
 $p = \frac{-11 - \sqrt{25}}{-6} \vee p = \frac{-11 + \sqrt{25}}{-6}$
 $p = \frac{-11 - 5}{-6} = 2\frac{2}{3} \vee p = \frac{-11 + 5}{-6} = 1$

c $C(1, 0)$, dus $f(1) = 0$ geeft $-3 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 + p = 0$
 $-3 + 12 + p = 0$
 $p = -9$
 $p = -9$ geeft $f(x) = -3x^2 + 12x - 9$
 $f(x) = 0$ geeft $-3x^2 + 12x - 9 = 0$
 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x-1)(x-3) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$

Dus $D(3, 0)$.

5.3 Verschillende oplossingsmethoden

bladzijde 197

28 a $x^2 - 25 = 0$
 $x^2 = 25$
 $x = 5 \vee x = -5$

b $(x-1)(x+3) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+3 = 0$
 $x = 1 \vee x = -3$

bladzijde 198

29 a $x^2 + 6x = 0$
 $x(x+6) = 0$
 $x = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 0 \vee x = -6$

b $x^2 + 6x = 7$
 $x^2 + 6x - 7 = 0$
 $(x-1)(x+7) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+7 = 0$
 $x = 1 \vee x = -7$

c $x^2 + 6x + 7 = 0$
 $(x+3)^2 - 9 + 7 = 0$
 $(x+3)^2 = 2$
 $x+3 = \sqrt{2} \vee x+3 = -\sqrt{2}$
 $x = \sqrt{2} - 3 \vee x = -\sqrt{2} - 3$
 $x \approx -1,59 \vee x \approx -4,41$

d $6x^2 + 36x = 96$
 $6x^2 + 36x - 96 = 0$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x-2)(x+8) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+8 = 0$
 $x = 2 \vee x = -8$

e $x^2 + 6 = 0$
 $x^2 = -6$
 geen oplossingen

f $-x^2 + 7x + 6 = 0$
 $x^2 - 7x - 6 = 0$
 $a = 1, b = -7$ en $c = -6$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49 + 24 = 73$
 $x = \frac{7 - \sqrt{73}}{2} \approx -0,77 \vee x = \frac{7 + \sqrt{73}}{2} \approx 7,77$

30 a $-x^2 + 3x + 1 = 0$
 $x^2 - 3x - 1 = 0$
 $a = 1, b = 3$ en $c = -1$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 9 + 4 = 13$
 $x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \approx -0,30 \vee x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \approx 3,30$

b $4x^2 - 8x = 0$
 $4x(x-2) = 0$
 $4x = 0 \vee x-2 = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

c $4x^2 + 4 = 8x$
 $4x^2 - 8x + 4 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x-1)(x-1) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-1 = 0$
 $x = 1$

d $3x - 1 = 2x^2$
 $-2x^2 + 3x - 1 = 0$
 $a = -2, b = 3$ en $c = -1$
 $D = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1) = 9 - 8 = 1$
 $x = \frac{-3 - \sqrt{1}}{-4} \vee x = \frac{-3 + \sqrt{1}}{-4}$
 $x = \frac{-3 - 1}{-4} = 1 \vee x = \frac{-3 + 1}{-4} = \frac{1}{2}$

e $\frac{1}{2}x^2 + 5x = 12$
 $\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12 = 0$
 $x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x-2)(x+12) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+12 = 0$
 $x = 2 \vee x = -12$

f $(x-2)(x-3) = 20$
 $x^2 - 3x - 2x + 6 = 20$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x+2)(x-7) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

31 a $(2x+3)^2 = 36$
 $2x+3 = 6 \vee 2x+3 = -6$
 $2x = 3 \vee 2x = -9$
 $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \vee x = \frac{-9}{2} = -4\frac{1}{2}$

b $(7x+8)(3x-57) = 0$
 $7x+8 = 0 \vee 3x-57 = 0$
 $7x = -8 \vee 3x = 57$
 $x = \frac{-8}{7} = -1\frac{1}{7} \vee x = \frac{57}{3} = 19$

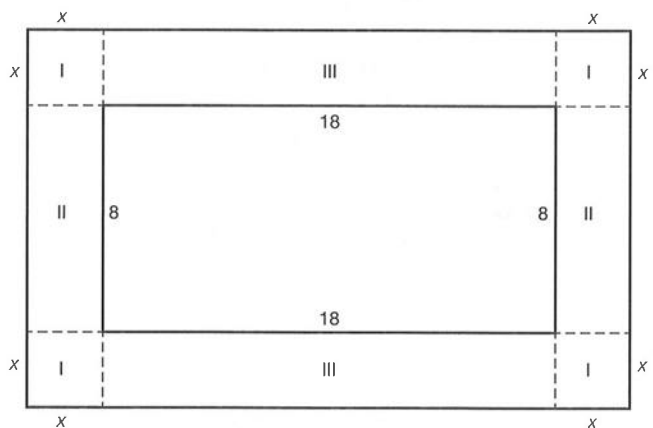
c $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{5}x = \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{1}{3} = 0$
 $x^2 + 3x - 5 = 0$
 $a = 1, b = 3 \text{ en } c = -5$
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -5 = 9 + 20 = 29$
 $x = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2} \approx -4,19 \vee x = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2} \approx 1,19$

d $(x-1)(3x+7) = -3$
 $3x^2 + 7x - 3x - 7 = -3$
 $3x^2 + 4x - 4 = 0$
 $a = 3, b = 4 \text{ en } c = -4$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 16 + 48 = 64$
 $x = \frac{-4 - \sqrt{64}}{6} \vee x = \frac{-4 + \sqrt{64}}{6}$
 $x = \frac{-4 - 8}{6} = -2 \vee x = \frac{-4 + 8}{6} = \frac{2}{3}$

e $x(x-1) = \frac{1}{5} - \frac{4}{5}x$
 $x^2 - x = \frac{1}{5} - \frac{4}{5}x$
 $5x^2 - 5x = 1 - 4x$
 $5x^2 - x - 1 = 0$
 $a = 5, b = -1 \text{ en } c = -1$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot -1 = 1 + 20 = 21$
 $x = \frac{1 - \sqrt{21}}{10} \approx -0,36 \vee x = \frac{1 + \sqrt{21}}{10} \approx 0,56$

f $(3x-1)^2 - (2x+1)^2 = 7$
 $9x^2 - 6x + 1 - (4x^2 + 4x + 1) = 7$
 $9x^2 - 6x + 1 - 4x^2 - 4x - 1 = 7$
 $5x^2 - 10x - 7 = 0$
 $a = 5, b = -10 \text{ en } c = -7$
 $D = (-10)^2 - 4 \cdot 5 \cdot -7 = 100 + 140 = 240$
 $x = \frac{10 - \sqrt{240}}{10} \approx -0,55 \vee x = \frac{10 + \sqrt{240}}{10} \approx 2,55$

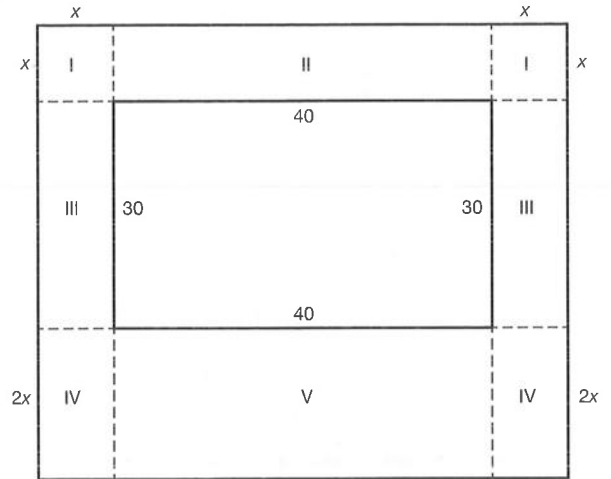
32 a opp tegelpad = $4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$
 $= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 8x + 2 \cdot 18x$
 $= 4x^2 + 16x + 36x$
 $= 4x^2 + 52x$



b opp zwembad = $18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$, dus
 opp tegelpad = $\frac{5}{4} \cdot 144 = 120 \text{ m}^2$.
 Dus bij deze gegevens is de vergelijking $4x^2 + 52x = 120$ op te stellen.

c $4x^2 + 52x = 120$
 $4x^2 + 52x - 120 = 0$
 $x^2 + 13x - 30 = 0$
 $(x-2)(x+15) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+15 = 0$
 $x = 2 \vee x = -15$
 Het pad is 2 meter breed.

33 a opp zwarte rand = $2 \cdot \text{opp I} + \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III} + 2 \cdot \text{opp IV} + \text{opp V}$
 $= 2 \cdot x^2 + 40x + 2 \cdot 30x + 2 \cdot 2x^2 + 80x$
 $= 2x^2 + 40x + 60x + 4x^2 + 80x$
 $= 6x^2 + 180x$



b Los op
 $6x^2 + 180x = 1050$
 $6x^2 + 180x - 1050 = 0$
 $x^2 + 30x - 175 = 0$
 $(x - 5)(x + 35) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x + 35 = 0$
 $x = 5 \vee x = -35$

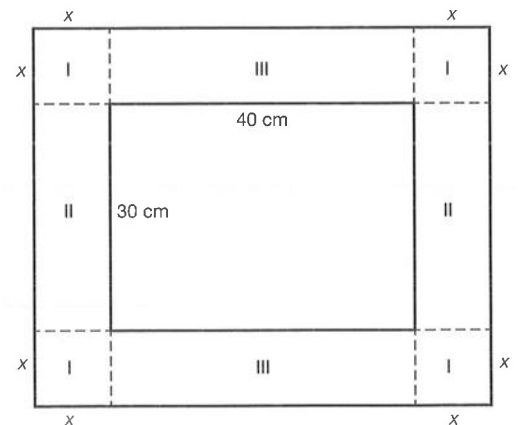
Aan de bovenkant en aan de zijkanten is de zwarte rand 5 cm breed.

bladzijde 199

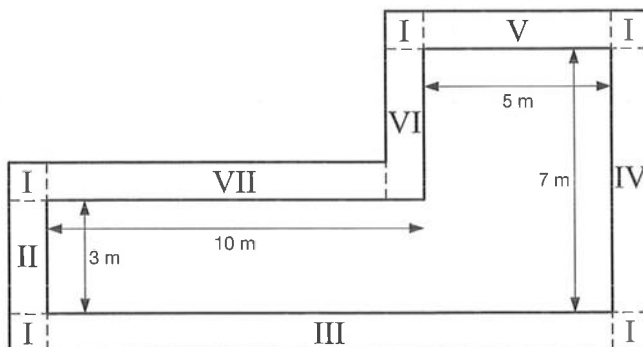
34 opp schilderij = $30 \cdot 40 = 1200 \text{ cm}^2$
De oppervlakte van de lijst is 60% van de totale oppervlakte, dus de oppervlakte van het schilderij is 40% van de totale oppervlakte.

Dus totale oppervlakte = $\frac{1200}{0,4} = 3000 \text{ cm}^2$.

Stel de breedte van de lijst x cm.
oppervlakte = lengte \times breedte, dus
 $(40 + 2x)(30 + 2x) = 3000$
 $1200 + 80x + 60x + 4x^2 = 3000$
 $4x^2 + 140x - 1800 = 0$
 $x^2 + 35x - 450 = 0$
 $(x - 10)(x + 45) = 0$
 $x - 10 = 0 \vee x + 45 = 0$
 $x = 10 \vee x = -45$
De lijst is 10 cm breed.



35 Zie de schets hieronder.
Het pad is overall even breed.



Stel de breedte van het pad x meter.
opp I = x^2 opp V = $5x$
opp II = $3x$ opp VI = $4x$
opp III = $15x$ opp VII = $10x - x^2$
opp IV = $7x$
opp tegelpad = $5 \cdot \text{opp I} + \text{opp II} + \text{opp III} + \text{opp IV} + \text{opp V} + \text{opp VI} + \text{opp VII}$
 $= 5x^2 + 3x + 15x + 7x + 5x + 4x + 10x - x^2$
 $= 4x^2 + 44x$

Los op $4x^2 + 44x = 104$

$$4x^2 + 44x - 104 = 0$$

$$x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$(x - 2)(x + 13) = 0$$

$$x - 2 = 0 \vee x + 13 = 0$$

$$x = 2 \vee x = -13$$

De breedte van het pad is 2 meter.

36 Van een klein rechthoekig stuk is de oppervlakte $\frac{6912}{6} = 1152 \text{ m}^2$.

Stel de lengte van een klein rechthoekig stuk x meter en stel de breedte y meter.

Dan geldt $8x + 9y = 576$

$$9y = -8x + 576$$

$$y = -\frac{8}{9}x + 64$$

Ook geldt $xy = 1152$

$$x\left(-\frac{8}{9}x + 64\right) = 1152$$

$$-\frac{8}{9}x^2 + 64x = 1152$$

$$-\frac{8}{9}x^2 + 64x - 1152 = 0$$

$$9 \cdot -\frac{8}{9}x^2 + 9 \cdot 64x - 9 \cdot 1152 = 0$$

$$-8x^2 + 576x - 10368 = 0$$

$$x^2 - 72x + 1296 = 0$$

$$(x - 36)(x - 36) = 0$$

$$x - 36 = 0 \vee x - 36 = 0$$

$$x = 36$$

$$x = 36 \text{ geeft } y = -\frac{8}{9} \cdot 36 + 64 = 32$$

Dus van een klein rechthoekig stuk is de lengte 36 meter en de breedte 32 meter.

5.4 Gebroken vergelijkingen

bladzijde 200

- 37** a 24 schilders doen 3 dagen over de klus.
 b 4 schilders doen 18 dagen over de klus.
 c Als je vier keer zoveel schilders hebt, dan duurt het schilderen vier keer zo kort.

d

x	1	2	3	4	6	8	12	24
y	72	36	24	18	12	9	6	3
xy	72	72	72	72	72	72	72	72

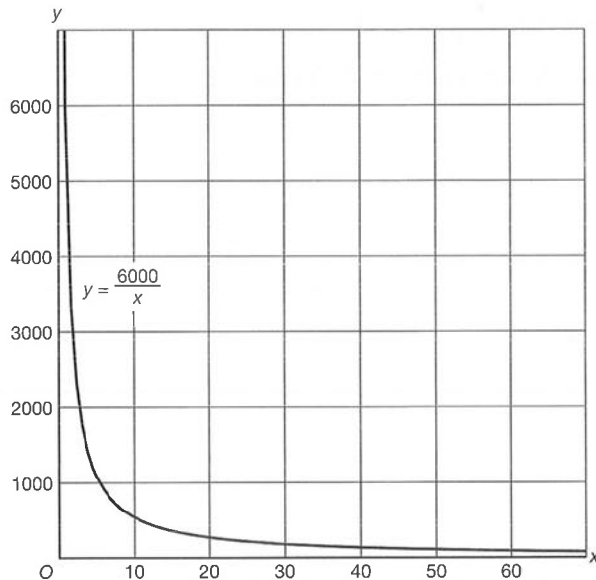
De uitkomst van het product xy is steeds 72.

bladzijde 201

- 38** a Acht personen kunnen 30 dagen van een mud eten.
 b Bij de vuistregel hoort de formule $xy = 240$.
 Je kunt dit ook schrijven als $y = \frac{240}{x}$.
 c Als x heel groot is, is y heel klein. Bij heel veel personen is er per persoon heel weinig te eten.
 d Als het aantal personen verdubbelt dan halveert y .
- 39** a Ieder ontvangt dan $6000 : 6 = 1000$ euro.
 b Er geldt $xy = 6000$, dus $y = \frac{6000}{x}$.

- c Als er heel veel goede inzendingen zijn, dan is y heel klein. Bij heel veel goede inzendingen ontvangt ieder een heel klein geldbedrag omdat de 6000 euro over heel veel mensen moet worden verdeeld.

d	x	1	2	3	4	6	10	20	30	40	50	60
	y	6000	3000	2000	1500	1000	600	300	200	150	120	100



- e Als het aantal foutloze inzendingen verdubbelt, dan wordt y twee keer zo klein.

- 40** a Een draad met draadnummer Nm 240 heeft een diameter van $0,2 : 4 = 0,05$ mm. Een draad met draadnummer Nm 30 heeft een diameter van $0,2 \cdot 2 = 0,4$ mm.

b Er geldt $D \cdot d = 60 \cdot 0,2$ ofwel $D \cdot d = 12$, dus $D = \frac{12}{d}$.

c $d = 0,15$ geeft $D = \frac{12}{0,15} = 80$

Dus het draadnummer van een katoendraad met een diameter van 0,15 mm is Nm 80.

bladzijde 202

41 $x = \frac{7 \cdot 12}{5} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}$

bladzijde 203

42 a $\frac{5}{5+x} = \frac{3}{4}$

$$3(5+x) = 4 \cdot 5$$

$$15 + 3x = 20$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

b $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{5}$

$$5(x+3) = 2(x-3)$$

$$5x + 15 = 2x - 6$$

$$3x = -21$$

$$x = -7$$

c $\frac{5}{x} = 7$

$$\frac{5}{x} = 7$$

$$7x = 5$$

$$x = \frac{5}{7}$$

d $\frac{8}{2x-1} = \frac{3}{x+1}$

$$8(x+1) = 3(2x-1)$$

$$8x + 8 = 6x - 3$$

$$2x = -11$$

$$x = \frac{-11}{2} = -5\frac{1}{2}$$

e $5 - \frac{6}{3-x} = 5,4$

$$\frac{-6}{3-x} = \frac{0,4}{1}$$

$$0,4(3-x) = -6$$

$$1,2 - 0,4x = -6$$

$$-0,4x = -7,2$$

$$x = \frac{-7,2}{-0,4} = 18$$

f $\frac{120}{0,3x+6} - 6 = 4$

$$\frac{120}{0,3x+6} = \frac{10}{1}$$

$$10(0,3x+6) = 120$$

$$3x + 60 = 120$$

$$3x = 60$$

$$x = 20$$

$$43 \text{ a } 12 + \frac{8}{5 - 0,2x} = 32$$

$$\begin{aligned} \frac{8}{5 - 0,2x} &= \frac{20}{1} \\ 20(5 - 0,2x) &= 8 \\ 100 - 4x &= 8 \\ -4x &= -92 \\ x &= 23 \end{aligned}$$

$$43 \text{ b } \frac{18 - 2x}{6 + x} = 3$$

$$\begin{aligned} \frac{18 - 2x}{6 + x} &= \frac{3}{1} \\ 3(6 + x) &= 18 - 2x \\ 18 + 3x &= 18 - 2x \\ 5x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$43 \text{ c } 100 - \frac{12x}{x - 30} = 82$$

$$\begin{aligned} \frac{12x}{x - 30} &= \frac{18}{1} \\ \frac{12x}{x - 30} &= \frac{18}{1} \\ 18(x - 30) &= 12x \\ 18x - 540 &= 12x \\ 6x &= 540 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

$$44 \text{ a } \frac{x}{x + 5} = \frac{16}{x}$$

$$\begin{aligned} x \cdot x &= 16(x + 5) \\ x^2 &= 16x + 80 \\ x^2 - 16x - 80 &= 0 \\ (x + 4)(x - 20) &= 0 \\ x + 4 = 0 \vee x - 20 = 0 \\ x &= -4 \vee x = 20 \end{aligned}$$

$$44 \text{ b } \frac{x - 1}{3} = \frac{5}{x + 1}$$

$$\begin{aligned} (x - 1)(x + 1) &= 3 \cdot 5 \\ x^2 - 1 &= 15 \\ x^2 &= 16 \\ x &= 4 \vee x = -4 \end{aligned}$$

$$44 \text{ c } x + \frac{3}{x - 1} = 5$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x - 1} &= 5 - x \\ \frac{3}{x - 1} &= \frac{5 - x}{1} \\ (x - 1)(5 - x) &= 3 \\ 5x - x^2 - 5 + x &= 3 \\ -x^2 + 6x - 8 &= 0 \\ x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ (x - 2)(x - 4) &= 0 \\ x - 2 = 0 \vee x - 4 = 0 \\ x &= 2 \vee x = 4 \end{aligned}$$

$$45 \text{ a } 1200 \text{ meter, dus } d = 1,2 \text{ geeft } T = \frac{4,5}{1,2} = 3,75 \text{ }^\circ\text{C.}$$

$$45 \text{ b } \text{Hierbij hoort de vergelijking } \frac{4,5}{d} = 0,8.$$

$$\begin{aligned} \text{Oplossen geeft } \frac{4,5}{d} &= \frac{0,8}{1} \\ 0,8d &= 4,5 \\ d &= \frac{4,5}{0,8} = 5,625 \end{aligned}$$

Dus op een diepte van 5625 meter.

$$45 \text{ c } \frac{4,5}{d} = 2,5$$

$$\frac{4,5}{d} = \frac{2,5}{1}$$

$$2,5d = 4,5$$

$$d = \frac{4,5}{2,5} = 1,8$$

Dus op een diepte van 1800 meter.

bladzijde 204

$$46 \text{ a } \text{diameter } 0,2 \text{ cm, dus } x = 2 \text{ geeft } D = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Het draadnummer is Nm 7,5.

$$46 \text{ b } D = 12 \text{ geeft } \frac{15}{x} = 12$$

$$\frac{15}{x} = \frac{12}{1}$$

$$12x = 15$$

$$x = \frac{15}{12} = 1,25$$

Dus de diameter is 1,25 mm.

$$47 \text{ a } x = 2000 \text{ geeft } K = \frac{4,5 \cdot 2000 + 1200}{2000} = 5,1$$

Dus de kosten per kalender zijn € 5,10.

$$\text{b } x = 1500 \text{ geeft } K = \frac{4,5 \cdot 1500 + 1200}{1500} = 5,3$$

De totale kosten zijn $1500 \cdot 5,3 = 7950$ euro.

$$\text{c } K = 4,90 \text{ geeft } \frac{4,5x + 1200}{x} = 4,90$$

$$\frac{4,5x + 1200}{x} = \frac{4,9}{1}$$

$$4,9x = 4,5x + 1200$$

$$0,4x = 1200$$

$$x = \frac{1200}{0,4} = 3000$$

Er zijn 3000 kalenders gemaakt.

48 a Je kunt x berekenen door de vergelijking $\frac{35 + x}{140 + x} = 0,3$ op te lossen.

$$\text{b } \frac{35 + x}{140 + x} = 0,3$$

$$\frac{35 + x}{140 + x} = \frac{0,3}{1}$$

$$35 + x = 0,3(140 + x)$$

$$35 + x = 42 + 0,3x$$

$$0,7x = 7$$

$$x = 10$$

Dus de honkbalspeler heeft $140 + 10 = 150$ slagbeurten nodig gehad.

5.5 Wortelvergelijkingen

bladzijde 205

49 a $\sqrt{x} = 5$ geeft $x = 25$

$$\sqrt{x} = 25 \text{ geeft } x = 625$$

$$\sqrt{x-1} = 10 \text{ geeft } x-1 = 100, \text{ dus } x = 101.$$

b $\sqrt{x} = -3$ heeft geen oplossing omdat de wortel van een getal niet negatief is.

bladzijde 206

50 a $\sqrt{x} = 11$
 $x = 121$

b $\sqrt{x} + 7 = 15$
 $\sqrt{x} = 8$

$$x = 64$$

c $\sqrt{x-2} = 9$
 $x-2 = 81$
 $x = 83$

d $18 + 2\sqrt{x} = 10$

$$2\sqrt{x} = -8$$

$$\sqrt{x} = -4$$

geen oplossing

e $5\sqrt{x} = 6$

$$\sqrt{x} = \frac{6}{5}$$

$$x = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$$

f $3 + \sqrt{3x-2} = 5$

$$\sqrt{3x-2} = 2$$

$$3x-2 = 4$$

$$3x = 6$$

g $5 - \sqrt{x} = 2$

$$-\sqrt{x} = -3$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

h $\sqrt{0,1x+8} = 10$

$$0,1x+8 = 100$$

$$0,1x = 92$$

$$x = 920$$

i $3\sqrt{x-1} = 11$

$$3\sqrt{x-1} = 11$$

$$\sqrt{x-1} = \frac{11}{3}$$

$$x-1 = \frac{121}{9}$$

$$x = 16$$

51 a $\sqrt{1-2x} = 13$
 $1-2x = 169$
 $-2x = 168$
 $x = -84$

b $7 + \sqrt{x-1} = 8$

$$\sqrt{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

c $20 - 3\sqrt{x} = 5$

$$-3\sqrt{x} = -15$$

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x = 25$$

- 52** a $x = 5$ geeft $v = \sqrt{1600 - 200 \cdot 5} \approx 24$
 Dus de snelheid was 24 km/uur.
 b $x = 0$ geeft $v = \sqrt{1600 - 200 \cdot 0} = 40$
 De snelheid was 40 km/uur.
 c $x = 4$ geeft $v = \sqrt{1600 - 200 \cdot 4} = 28,28\dots$

$$\frac{28,28\dots - 40}{40} \times 100\% \approx -29,3\%$$

Dus de afname is 29,3%.

- d $v = 25$ geeft $\sqrt{1600 - 200x} = 25$
 $1600 - 200x = 625$
 $-200x = -975$
 $x = \frac{-975}{-200} = 4,875$

De automobilist is 4,875 meter aan het remmen.

- e $v = 0$ geeft $\sqrt{1600 - 200x} = 0$
 $1600 - 200x = 0$
 $-200x = -1600$
 $x = 8$

Na 8 meter staat de auto stil.

- 53** a $R = 12,9895$ geeft $TVF = 0,22\sqrt{12,9895} + 0,32 \approx 1,1129$
 b $R = 11,4029$ geeft $TVF = 0,22\sqrt{11,4029} + 0,32 \approx 1,0629$
 48 minuten en 17 seconden is $48 \cdot 60 + 17 = 2897$ seconden.
 De gecorrigeerde tijd is $1,0629 \cdot 2897 \approx 3079$ seconden, dat is 51 minuten en 19 seconden.
 c $TVF = 1,0900$ geeft $0,22\sqrt{R} + 0,32 = 1,0900$
 $0,22\sqrt{R} = 0,77$
 $\sqrt{R} = \frac{0,77}{0,22}$
 $R = \left(\frac{0,77}{0,22}\right)^2 = 12,2500$

bladzijde 207

- 54** a $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ is waar.
 b $(2\sqrt{3})^2 = 12$ is waar.

bladzijde 208

- 55** a $(3\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 5 - 2 \cdot 6 = 45 - 12 = 33$
 b $\frac{8\sqrt{72}}{-4\sqrt{6}} = -2\sqrt{12} = -2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = -2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = -4\sqrt{3}$
 c $7\sqrt{2} - \sqrt{8} = 7\sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
 d $\frac{20\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = 10$
 e $5\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{21} = 15\sqrt{63} = 15 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 15 \cdot 3 \cdot \sqrt{7} = 45\sqrt{7}$
 f $\frac{4\sqrt{81}}{2\sqrt{25}} = \frac{4 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{36}{10} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$
- 56** a $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$
 b $5\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 10\sqrt{18} = 10 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$
 c $\sqrt{90} - 2\sqrt{45} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{10} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{10} - 6\sqrt{5}$
 d $3\sqrt{60} + 2\sqrt{135} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} + 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{15} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{15} + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15} = 6\sqrt{15} + 6\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$
 e $-3\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{5} = -6\sqrt{40} = -6 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = -6 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} = -12\sqrt{10}$
 f $8\sqrt{3} \cdot -\sqrt{21} - 2\sqrt{7} = -8\sqrt{63} - 2\sqrt{7} = -8 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{7} = -8 \cdot 3 \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{7} = -24\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = -26\sqrt{7}$

- 57** a $2\sqrt{32} - 3\sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
 b $\sqrt{18} \cdot 2\sqrt{2} - 4(\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{36} - 4 \cdot 3 = 2\sqrt{36} - 12 = 2 \cdot 6 - 12 = 12 - 12 = 0$
 c $3\sqrt{12} \cdot 5\sqrt{6} = 15\sqrt{72} = 15 \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 15 \cdot 6 \cdot \sqrt{2} = 90\sqrt{2}$
 d $\frac{2\sqrt{120}}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{3}\sqrt{24} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{6} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$
 e $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} - 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{12} = 2\sqrt{24} - 5\sqrt{24} = -3\sqrt{24} = -3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = -3 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} = -6\sqrt{6}$
 f $\frac{6\sqrt{40}}{3\sqrt{2}} - 5\sqrt{125} = 2\sqrt{20} - 5 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} =$
 $2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 25\sqrt{5} = -21\sqrt{5}$
- 58** a $2\sqrt{3} \cdot (3\sqrt{2} - 5) = 6\sqrt{6} - 10\sqrt{3}$
 b $(1 + \sqrt{10})^2 = 1 + 2\sqrt{10} + 10 = 11 + \sqrt{10}$
 c $(3\sqrt{2} - \sqrt{5})(3\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 18 - 5 = 13$
 d $(2\sqrt{5} - \sqrt{10})^2 = 20 - 4\sqrt{50} + 10 = 30 - 4 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 30 - 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 30 - 20\sqrt{2}$
 e $(\sqrt{5} + 4)(2 - 3\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} - 15 + 8 - 12\sqrt{5} = -10\sqrt{5} - 7$
 f $(5\sqrt{3} + 3\sqrt{5})^2 = 75 + 30\sqrt{15} + 45 = 120 + 30\sqrt{15}$

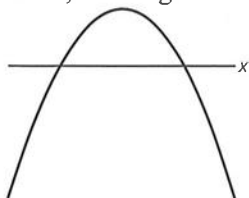
bladzijde 209

- 59** a $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$
 b $\sqrt{4\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{25}{6}} = \frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$
 c $\frac{21}{3\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7}$
 d $4\sqrt{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
 e $\frac{9}{2\sqrt{6}} = \frac{9 \cdot \sqrt{6}}{2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{6}}{2 \cdot 6} = \frac{9\sqrt{6}}{12} = \frac{3}{4}\sqrt{6}$
 f $\sqrt{3\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{30}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{30}$
- 60** a $\frac{10}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{8} = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$
 b $\sqrt{12\frac{1}{2}} - \sqrt{4\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{25}{2}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$
 c $\sqrt{24} - \frac{12}{\sqrt{6}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} - \frac{12 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = 2\sqrt{6} - \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 0$
- 61** a $\sqrt{24\frac{1}{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{\frac{49}{2}} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} - \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} = \frac{7}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\frac{1}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\frac{1}{2}\sqrt{2}$
 b $\frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} - \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$
 c $\frac{18}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{27} = \frac{18 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} + 4 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = \frac{18\sqrt{3}}{3} + 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$
- 62** a $\sqrt{25a^{16}} = \sqrt{25 \cdot a^{16}} = 5a^8$
 b $\sqrt{18x^{10}y^{14}} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot x^{10} \cdot y^{14}} = 3x^5y^7\sqrt{2}$
 c $2x\sqrt{125x^5y^9} = 2x\sqrt{25 \cdot 5 \cdot x^4 \cdot x \cdot y^8 \cdot y} = 2x \cdot 5x^2y^4\sqrt{5xy} = 10x^3y^4\sqrt{5xy}$

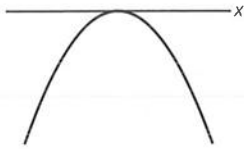
Gemengde opgaven

bladzijde 210

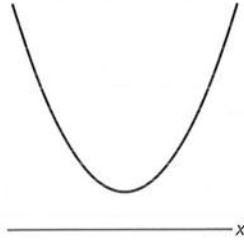
- 1** a $(2x - y)^2 - (x + 2y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2 - (x^2 + 4xy + 4y^2) = 4x^2 - 4xy + y^2 - x^2 - 4xy - 4y^2 = 3x^2 - 8xy - 3y^2$
 b $(3a - b)(a + 2b) - a(a + 2b) = 3a^2 + 6ab - ab - 2b^2 - a^2 - 2ab = 2a^2 + 3ab - 2b^2$
 c $(3 + 2p)(3 - 2p) - (2p - 3)^2 = 9 - 4p^2 - (4p^2 - 12p + 9) = 9 - 4p^2 - 4p^2 + 12p - 9 = -8p^2 + 12p$
 d $2(5e - f)^2 - 6e(3e - 2f) = 2(25e^2 - 10ef + f^2) - 18e^2 + 12ef = 50e^2 - 20ef + 2f^2 - 18e^2 + 12ef = 32e^2 - 8ef + 2f^2$
 e $-(4a - 3b)(4a + 3b) - 3(2a - b)^2 = -(16a^2 - 9b^2) - 3(4a^2 - 4ab + b^2) = -16a^2 + 9b^2 - 12a^2 + 12ab - 3b^2 = -28a^2 + 6b^2 + 12ab$
 f $4(5p + 2)^2 - 12p^2 + (1 - 2p)^2 = 4(25p^2 + 20p + 4) - 12p^2 + 1 - 4p + 4p^2 = 100p^2 + 80p + 16 - 12p^2 + 1 - 4p + 4p^2 = 92p^2 + 76p + 17$
- 2** a $(a + 2b + 3)(a - 3) = a^2 - 3a + 2ab - 6b + 3a - 9 = a^2 + 2ab - 6b - 9$
 b $(p + q - 2)(p - q)^2 = (p + q - 2)(p^2 - 2pq + q^2) = p^3 - 2p^2q + pq^2 + p^2q - 2pq^2 + q^3 - 2p^2 + 4pq - 2q^2 = p^3 - p^2q - pq^2 + q^3 - 2p^2 + 4pq - 2q^2$
- 3** a $5x^2 + 7x = 2$
 $5x^2 + 7x - 2 = 0$
 $a = 5, b = 7, c = -2$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 89$
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{89}}{10} \approx -1,64 \vee x = \frac{-7 + \sqrt{89}}{10} \approx 0,24$
 b $-3x^2 + 5 = 20$
 $-3x^2 = 15$
 $x^2 = -5$
 geen oplossingen
 c $(2x - 5)^2 = 36$
 $2x - 5 = 6 \vee 2x - 5 = -6$
 $2x = 11 \vee 2x = -1$
 $x = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$
 d $2x(x - 3) = x - 9$
 $2x^2 - 6x = x - 9$
 $2x^2 - 7x + 9 = 0$
 $a = 2, b = -7, c = 9$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = -23$
 $\sqrt{D} = \sqrt{-23}$ bestaat niet,
 dus er zijn geen oplossingen.
- e $(3x - 1)(3x + 1) = 80$
 $9x^2 - 1 = 80$
 $9x^2 = 81$
 $x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$
 f $\frac{1}{4}x(x - \frac{1}{2}) = 1$
 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x = 1$
 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x - 1 = 0$
 $2x^2 - x - 8 = 0$
 $a = 2, b = -1, c = -8$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8) = 65$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{4} \approx -1,77 \vee x = \frac{1 + \sqrt{65}}{4} \approx 2,27$
 g $x(2x - 5) - x(7 - x) = 15$
 $2x^2 - 5x - 7x + x^2 = 15$
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$
 h $(x + 1)^2 + (x - 3)^2 = x^2 + 22$
 $x^2 + 2x + 1 + x^2 - 6x + 9 = x^2 + 22$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$
- 4** a $y = -3x^2 - 2x + 1$, dus $a = -3, b = -2$ en $c = 1$.
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 1 = 4 + 12 = 16$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



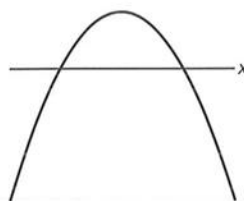
- b** $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 36$, dus $a = -\frac{1}{4}$, $b = 6$ en $c = -36$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot -\frac{1}{4} \cdot -36 = 36 - 36 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



- c** $y = 5 + (x+3)^2 = 5 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 14$, dus $a = 1$, $b = 6$ en $c = 14$.
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 36 - 56 = -20$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- d** $y = (x-3)(5-x) + 6 = 5x - x^2 - 15 + 3x + 6 = -x^2 + 8x - 9$,
dus $a = -1$, $b = 8$ en $c = -9$.
 $D = 8^2 - 4 \cdot -1 \cdot -9 = 64 - 36 = 28$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



- 5 a** $8 - \sqrt{x-3} = 2$
 $-\sqrt{x-3} = -6$
 $\sqrt{x-3} = 6$
 $x-3 = 36$
 $x = 39$
- b** $3\sqrt{5-x} - 1 = 14$
 $3\sqrt{5-x} = 15$
 $\sqrt{5-x} = 5$
 $5-x = 25$
 $-x = 20$
 $x = -20$
- c** $5x(5-x) = 0$
 $5x = 0 \vee 5-x = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$
- d** $8 + \frac{2}{2x-3} = 8,4$
 $\frac{2}{2x-3} = 0,4$
 $\frac{2}{2x-3} = \frac{1}{1}$
 $0,4(2x-3) = 2$
 $0,8x - 1,2 = 2$
 $0,8x = 3,2$
 $x = \frac{3,2}{0,8} = 4$

- e** $(x-3)^2 = -16$
geen oplossingen
- f** $3x(x-4) = 10 + x$
 $3x^2 - 12x = 10 + x$
 $3x^2 - 13x - 10 = 0$
 $a = 3, b = -13, c = -10$
 $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -10 = 289$
 $x = \frac{13 - \sqrt{289}}{6} \vee x = \frac{13 + \sqrt{289}}{6}$
 $x = \frac{13 - 17}{6} = -\frac{2}{3} \vee x = \frac{13 + 17}{6} = 5$
- g** $\frac{1}{3}x^2 - 7 = 20$
 $\frac{1}{3}x^2 = 27$
 $x^2 = 81$
 $x = 9 \vee x = -9$
- h** $\frac{8}{2-x} = \frac{9}{2x+6}$
 $8(2x+6) = 9(2-x)$
 $16x + 48 = 18 - 9x$
 $25x = -30$
 $x = \frac{-30}{25} = -\frac{6}{5} = -1\frac{1}{5}$

- 6** a $3\sqrt{2} - 6\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 7\sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$
 b $\frac{4\sqrt{14}}{2\sqrt{7}} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$
 c $(3\sqrt{7})^2 - 10(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 7 - 10 \cdot 6 = 63 - 60 = 3$
 d $5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} - 3 \cdot 5\sqrt{2} + \sqrt{75} = 5\sqrt{18} - 15\sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 5\sqrt{3} =$
 $5 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 15\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
 e $\frac{3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{5}}{9} - 2\sqrt{5} \cdot 7\sqrt{8} = \frac{18\sqrt{10}}{9} - 14\sqrt{40} = 2\sqrt{10} - 14 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10} - 14 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} =$
 $2\sqrt{10} - 28\sqrt{10} = -26\sqrt{10}$
 f $6\sqrt{12} - 7\sqrt{27} + 2\sqrt{48} = 6 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} =$
 $6 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 21\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

bladzijde 211

7 a opp = $2 \cdot \text{opp I} + \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III} + 2 \cdot \text{opp IV} + \text{opp V}$
 $= 2 \cdot x^2 + 12x + 2 \cdot 8x + 2 \cdot 4x^2 + 48x$
 $= 2x^2 + 12x + 16x + 8x^2 + 48x$
 $= 10x^2 + 76x$

b $10x^2 + 76x = 192$
 $10x^2 + 76x - 192 = 0$
 $5x^2 + 38x - 96 = 0$
 $a = 5, b = 38 \text{ en } c = -96$
 $D = 38^2 - 4 \cdot 5 \cdot -96 = 3364$
 $x = \frac{-38 - \sqrt{3364}}{10} \vee x = \frac{-38 + \sqrt{3364}}{10}$
 $x = \frac{-38 - 58}{10} = -9,6 \vee x = \frac{-38 + 58}{10} = 2$

De breedte van het pad is 2 meter.

8 a $p = 6$ geeft $K = \frac{80000 \cdot 6}{100 - 6} \approx 5106,38$
 Dat kost 5106,38 euro.
 b $p = 98$ geeft $K = \frac{80000 \cdot 98}{100 - 98} = 3920000$
 Dat kost 3 920 000 euro.

c Alle chemische stoffen verwijderen betekent $p = 100$.

Je mag in de formule $K = \frac{80000p}{100 - p}$ voor p niet 100 nemen omdat delen door 0 niet is toegestaan.

En dus lukt het niet de kosten te berekenen voor het verwijderen van alle chemische stoffen.

d $K = 170000$ geeft $\frac{80000p}{100 - p} = \frac{170000}{1}$
 $80000p = 170000(100 - p)$
 $80000p = 17000000 - 170000p$
 $250000p = 17000000$
 $p = \frac{17000000}{250000} = 68$

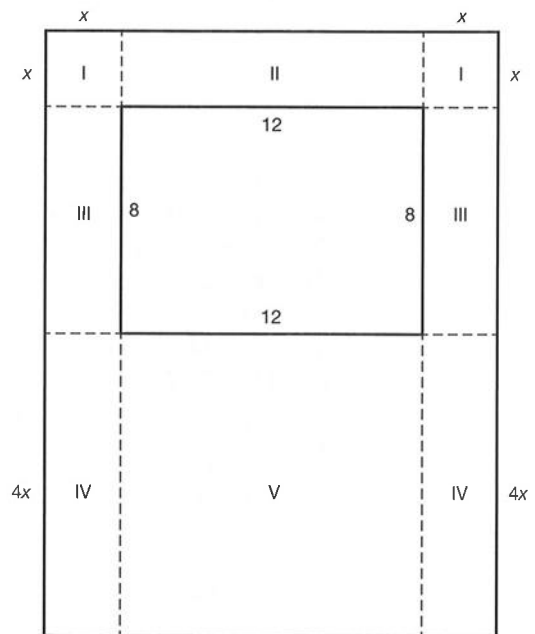
Dus 68% van de chemische stoffen wordt verwijderd.

9 a $f(x) = 2x^2 - 8x + p$, dus $a = 2, b = -8$ en $c = p$.

$D = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p = 64 - 8p$
 De x -as raken, dus $D = 0$. $\left. \begin{array}{l} 64 - 8p = 0 \\ -8p = -64 \end{array} \right\}$

$p = 8$

b $f(p) = p$ geeft $2p^2 - 8p + p = p$
 $2p^2 - 8p = 0$
 $2p(p - 4) = 0$
 $2p = 0 \vee p - 4 = 0$
 $p = 0 \vee p = 4$



$$\begin{aligned} \text{c } C(-2, 0), \text{ dus } f(-2) = 0 \text{ geeft } & 2 \cdot (-2)^2 - 8 \cdot -2 + p = 0 \\ & 2 \cdot 4 + 16 + p = 0 \\ & 8 + 16 + p = 0 \\ & p = -24 \end{aligned}$$

$$p = -24 \text{ geeft } f(x) = 2x^2 - 8x - 24$$

$$\begin{aligned} f(x) = 0 \text{ geeft } & 2x^2 - 8x - 24 = 0 \\ & x^2 - 4x - 12 = 0 \\ & (x+2)(x-6) = 0 \\ & x+2 = 0 \vee x-6 = 0 \\ & x = -2 \vee x = 6 \end{aligned}$$

Dus $D(6, 0)$.

$$\begin{aligned} \text{10 a } & 2(x+1)^2 - (x-2)^2 = 3x^2 + 4 \\ & 2(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) = 3x^2 + 4 \\ & 2x^2 + 4x + 2 - x^2 + 4x - 4 = 3x^2 + 4 \\ & -2x^2 + 8x - 6 = 0 \\ & x^2 - 4x + 3 = 0 \\ & (x-1)(x-3) = 0 \\ & x-1 = 0 \vee x-3 = 0 \\ & x = 1 \vee x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } & \frac{(x-1)(x+4)}{5} + \frac{x+1}{2} = 1 \\ & 10 \cdot \frac{1}{5}(x-1)(x+4) + 10 \cdot \frac{1}{2}(x+1) = 10 \cdot 1 \\ & 2(x-1)(x+4) + 5(x+1) = 10 \\ & 2(x^2 + 4x - x - 4) + 5x + 5 = 10 \\ & 2x^2 + 8x - 2x - 8 + 5x + 5 = 10 \\ & 2x^2 + 11x - 13 = 0 \\ & a = 2, b = 11, c = -13 \\ & D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot -13 = 225 \\ & x = \frac{-11 - \sqrt{225}}{4} \vee x = \frac{-11 + \sqrt{225}}{4} \\ & x = \frac{-11 - 15}{4} = -6\frac{1}{2} \vee x = \frac{-11 + 15}{4} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } & \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} = 13 \\ & 6 \cdot \frac{1}{3}x^2 + 6 \cdot \frac{1}{6}x = 6 \cdot 13 \\ & 2x^2 + x = 78 \\ & 2x^2 + x - 78 = 0 \\ & a = 2, b = 1, c = -78 \\ & D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot -78 = 625 \\ & x = \frac{-1 - \sqrt{625}}{4} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{625}}{4} \\ & x = \frac{-1 - 25}{4} = -6\frac{1}{2} \vee x = \frac{-1 + 25}{4} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } & (3x+2)^2 - (4x-3)^2 = -3 - 2(2x-7)^2 \\ & 9x^2 + 12x + 4 - (16x^2 - 24x + 9) = -3 - 2(4x^2 - 28x + 49) \\ & 9x^2 + 12x + 4 - 16x^2 + 24x - 9 = -3 - 8x^2 + 56x - 98 \\ & x^2 - 20x + 96 = 0 \\ & (x-8)(x-12) = 0 \\ & x-8 = 0 \vee x-12 = 0 \\ & x = 8 \vee x = 12 \end{aligned}$$

$$\text{11 a } \frac{5}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{27} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3} - \frac{18}{3}\sqrt{3} = -\frac{13}{3}\sqrt{3} = -4\frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\text{b } \frac{4}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{4 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$$

$$\text{c } \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{18} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 3\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$d \quad 3\sqrt{1\frac{2}{3}} - 5\sqrt{\frac{2}{3}} = 3\sqrt{\frac{5}{3}} - 5 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} - 5 \cdot \frac{\sqrt{15}}{3} = 3 \cdot \frac{\sqrt{15}}{3} - 5 \cdot \frac{\sqrt{15}}{3} = \sqrt{15} - \sqrt{15} = 0$$

$$e \quad (2\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) = 14 + 6\sqrt{21} - \sqrt{21} - 9 = 5 + 5\sqrt{21}$$

$$f \quad (10\sqrt{2} + 2\sqrt{10})^2 - (5\sqrt{5} + 8)^2 = 200 + 40\sqrt{20} + 40 - (125 + 80\sqrt{5} + 64) = \\ 200 + 40 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} + 40 - 125 - 80\sqrt{5} - 64 = 200 + 40 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 40 - 125 - 80\sqrt{5} - 64 = \\ 200 + 80\sqrt{5} + 40 - 125 - 80\sqrt{5} - 64 = 51$$

Diagnostische toets

bladzijde 214

1 $(a-3)^2 - (a+2)(a-2) = a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 4) = a^2 - 6a + 9 - a^2 + 4 = -6a + 13$

2 $12(p-1)^2 - 3(2p+1)(2p-1) + (4p)^2 = 12(p^2 - 2p + 1) - 3(4p^2 - 1) + 16p^2 = \\ 12p^2 - 24p + 12 - 12p^2 + 3 + 16p^2 = 16p^2 - 24p + 15$

3 a $(x+3y)(3-x+y) = 3x - x^2 + xy + 9y - 3xy + 3y^2 = 3x - x^2 - 2xy + 9y + 3y^2$

b $(x+4)^3 = (x+4)(x+4)^2 = (x+4)(x^2 + 8x + 16) = x^3 + 8x^2 + 16x + 4x^2 + 32x + 64 = \\ x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

4 a $2x^2 + 3x - 20 = 0$, dus $a = 2$, $b = 3$ en $c = -20$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot -20 = 9 + 160 = 169$

$$x = \frac{-3 - \sqrt{169}}{4} \vee x = \frac{-3 + \sqrt{169}}{4} \\ x = \frac{-3 - 13}{4} = -4 \vee x = \frac{-3 + 13}{4} = 2\frac{1}{2}$$

b $8x^2 + 14x = 15$ geeft $8x^2 + 14x - 15 = 0$,
dus $a = 8$, $b = 14$ en $c = -15$.
 $D = 14^2 - 4 \cdot 8 \cdot -15 = 196 + 480 = 676$

$$x = \frac{-14 - \sqrt{676}}{16} \vee x = \frac{-14 + \sqrt{676}}{16} \\ x = \frac{-14 - 26}{16} = -2\frac{1}{2} \vee x = \frac{-14 + 26}{16} = \frac{3}{4}$$

c $6x = 7x^2 + 1$ geeft $-7x^2 + 6x - 1 = 0$,
dus $a = -7$, $b = 6$ en $c = -1$.

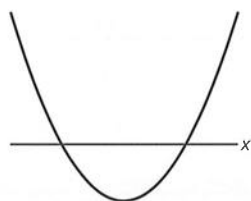
$$D = 6^2 - 4 \cdot -7 \cdot -1 = 36 - 28 = 8 \\ x = \frac{-6 - \sqrt{8}}{-14} \approx 0,63 \vee x = \frac{-6 + \sqrt{8}}{-14} \approx 0,23$$

d $5x = 7x^2 + 1$ geeft $-7x^2 + 5x - 1 = 0$,
dus $a = -7$, $b = 5$ en $c = -1$.

$$D = 5^2 - 4 \cdot -7 \cdot -1 = 25 - 28 = -3 \\ \sqrt{D} = \sqrt{-3} \text{ bestaat niet, dus er zijn geen oplossingen.}$$

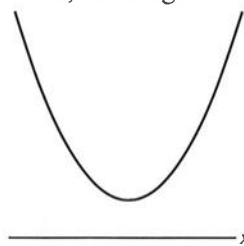
5 a $y = 3x^2 + 4x + 1$, dus $a = 3$, $b = 4$ en $c = 1$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$

$D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



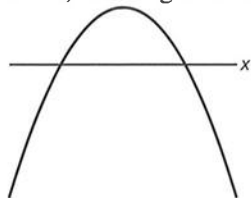
c $y = x^2 + 3x + 4$, dus $a = 1$, $b = 3$ en $c = 4$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7$

$D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



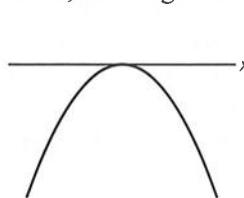
b $y = -4x^2 + 3x + 1$, dus $a = -4$, $b = 3$ en $c = 1$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot -4 \cdot 1 = 9 + 16 = 25$

$D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



d $y = -2x^2 + 4x - 2$, dus $a = -2$, $b = 4$ en $c = -2$.
 $D = 4^2 - 4 \cdot -2 \cdot -2 = 16 - 16 = 0$

$D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



6 a $f(x) = -2x^2 + x + p$, dus $a = -2$, $b = 1$ en $c = p$.
 $D = (1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot p = 1 + 8p$
 De x -as raken, dus $D = 0$. $\left. \begin{array}{l} 1 + 8p = 0 \\ 8p = -1 \\ p = -\frac{1}{8} \end{array} \right\}$

b $f(-6) = 12$ geeft $-2 \cdot (-6)^2 + -6 + p = 12$
 $-2 \cdot 36 - 6 + p = 12$
 $-72 - 6 + p = 12$
 $p = 90$

c $f(p) = -24$ geeft $-2p^2 + p + p = -24$
 $-2p^2 + 2p + 24 = 0$
 $p^2 - p - 12 = 0$
 $(p + 3)(p - 4) = 0$
 $p + 3 = 0 \vee p - 4 = 0$
 $p = -3 \vee p = 4$

7 a $\frac{1}{3}x^2 = 10$
 $x^2 = 30$
 $x = \sqrt{30} \approx 5,48 \vee x = -\sqrt{30} \approx -5,48$
b $\frac{1}{3}x^2 + x = 1$
 $\frac{1}{3}x^2 + x - 1 = 0$
 $x^2 + 3x - 3 = 0$, dus $a = 1$, $b = 3$ en $c = -3$.
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 9 + 12 = 21$
 $x = \frac{-3 - \sqrt{21}}{2} \approx -3,79 \vee x = \frac{-3 + \sqrt{21}}{2} \approx 0,79$

c $(x + 10)(x + 9) = 16$
 $x^2 + 9x + 10x + 90 = 16$
 $x^2 + 19x + 74 = 0$, dus $a = 1$, $b = 19$ en $c = 74$.
 $D = 19^2 - 4 \cdot 1 \cdot 74 = 65$
 $x = \frac{-19 - \sqrt{65}}{2} \approx -13,53 \vee x = \frac{-19 + \sqrt{65}}{2} \approx -5,47$

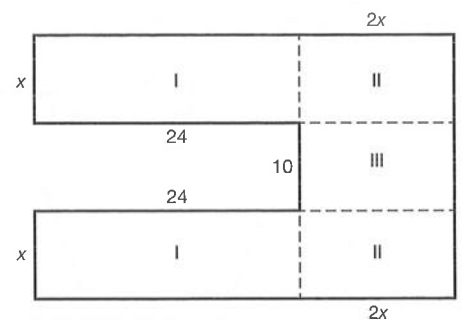
d $x(x + 10) = 16$
 $x^2 + 10x = 16$
 $x^2 + 10x - 16 = 0$, dus $a = 1$, $b = 10$ en $c = -16$.
 $D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 100 + 64 = 164$
 $x = \frac{-10 - \sqrt{164}}{2} \approx -11,40 \vee x = \frac{-10 + \sqrt{164}}{2} \approx 1,40$

e $\frac{1}{3}x^2 + x = 6$
 $\frac{1}{3}x^2 + x - 6 = 0$
 $x^2 + 3x - 18 = 0$
 $(x - 3)(x + 6) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 3 \vee x = -6$
f $(x + 10)^2 = 16$
 $x + 10 = 4 \vee x + 10 = -4$
 $x = -6 \vee x = -14$

g $x^2 + 12x = 0$
 $x(x + 12) = 0$
 $x = 0 \vee x + 12 = 0$
 $x = 0 \vee x = -12$

h $x^2 + 12 = 0$
 $x^2 = -12$
 geen oplossingen

8 a opp border = $2 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + \text{opp III}$
 $= 2 \cdot 24x + 2 \cdot 2x^2 + 20x$
 $= 48x + 4x^2 + 20x$
 $= 4x^2 + 68x$



bladzijde 215

b opp grasveld = $24 \cdot 10 = 240 \text{ m}^2$, dus opp border $4,5 \cdot 240 = 1080 \text{ m}^2$.

Los op $4x^2 + 68x = 1080$
 $4x^2 + 68x - 1080 = 0$
 $x^2 + 17x - 270 = 0$
 $(x - 10)(x + 27) = 0$
 $x - 10 = 0 \vee x + 27 = 0$
 $x = 10 \vee x = -27$

De kleinste breedte van de border is 10 meter.

9 a $(2x - 5)^2 - (x + 1)^2 = 7x$
 $4x^2 - 20x + 25 - (x^2 + 2x + 1) = 7x$
 $4x^2 - 20x + 25 - x^2 - 2x - 1 = 7x$
 $3x^2 - 29x + 24 = 0$
 $a = 3, a = -29, c = 24$
 $D = (-29)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 24 = 553$

$$x = \frac{29 - \sqrt{553}}{6} \approx 0,91 \vee x = \frac{29 + \sqrt{553}}{6} \approx 8,75$$

b $5x - 2(x - 1)(3 - x) = 11$
 $5x - 2(3x - x^2 - 3 + x) = 11$
 $5x - 6x + 2x^2 + 6 - 2x = 11$
 $2x^2 - 3x - 5 = 0$
 $a = 2, b = -3 \text{ en } c = -5$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -5 = 9 + 40 = 49$

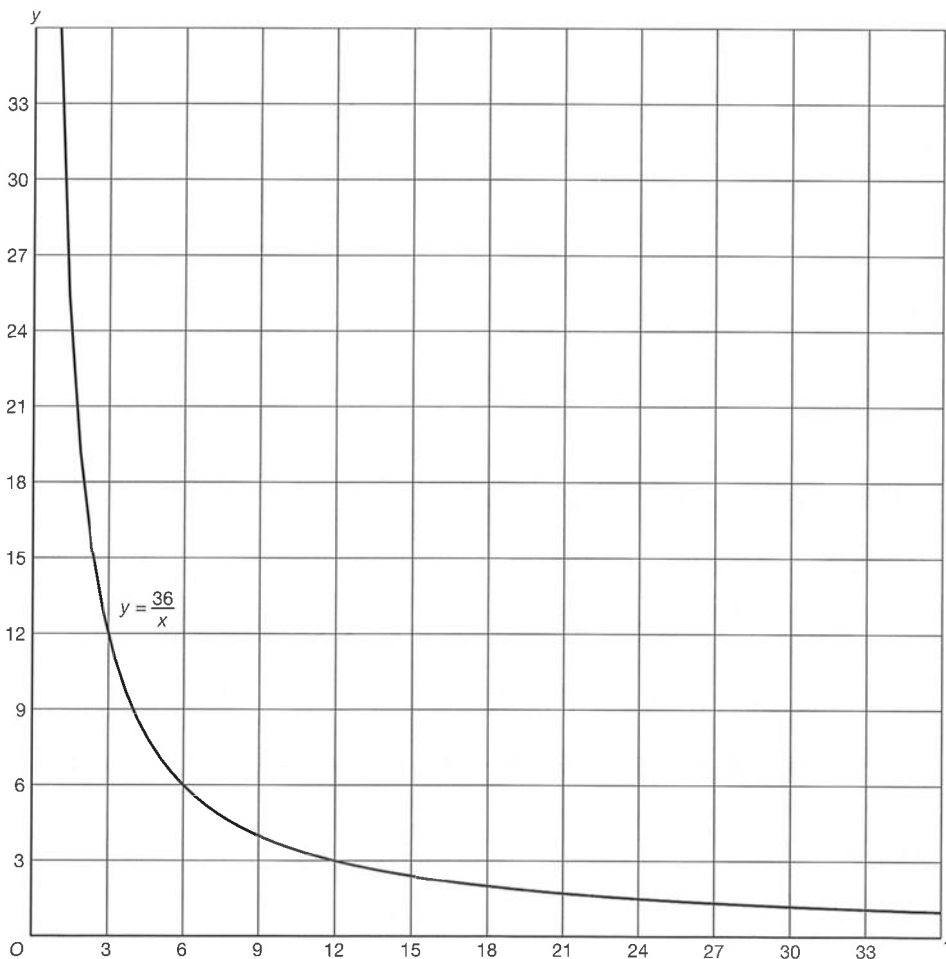
$$x = \frac{3 - \sqrt{49}}{4} \vee x = \frac{3 + \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{3 - 7}{4} = -1 \vee x = \frac{3 + 7}{4} = 2\frac{1}{2}$$

10 a $xy = 36$, dus $y = \frac{36}{x}$.

b

x	1	2	3	4	6	9	12	18	36
y	36	18	12	9	6	4	3	2	1



c Als x vier keer zo groot wordt, wordt y vier keer zo klein.

d Als x een heel klein getal is, dan is y een heel groot getal.

11 a $18 + \frac{10}{4 - 0,1x} = 68$
 $\frac{10}{4 - 0,1x} = \frac{50}{1}$

$$50(4 - 0,1x) = 10$$

$$200 - 5x = 10$$

$$-5x = -190$$

$$x = \frac{-190}{-5} = 38$$

b $50 - \frac{6x}{x - 8} = 42\frac{1}{2}$

$$-\frac{6x}{x - 8} = -7\frac{1}{2}$$

$$\frac{6x}{x - 8} = \frac{15}{2}$$

$$15(x - 8) = 2 \cdot 6x$$

$$15x - 120 = 12x$$

$$3x = 120$$

$$x = 40$$

12 a $t = 28$ geeft $N = 3600 - \frac{1200}{2 + 0,1 \cdot 28} = 3350$

b $N = 3475$ geeft $3600 - \frac{1200}{2 + 0,1t} = 3475$

$$-\frac{1200}{2 + 0,1t} = -125$$

$$\frac{1200}{2 + 0,1t} = \frac{125}{1}$$

$$125(2 + 0,1t) = 1200$$

$$250 + 12,5t = 1200$$

$$12,5t = 950$$

$$t = \frac{950}{12,5} = 76$$

Dus voor $t = 76$ zijn er 3475 insecten.

13 a $12 + \sqrt{2x - 3} = 21$

$$\sqrt{2x - 3} = 9$$

$$2x - 3 = 81$$

$$2x = 84$$

$$x = 42$$

b $12 + \sqrt{1 - x} = 10$

$$\sqrt{1 - x} = -2$$

geen oplossing

c $180 - 5\sqrt{x} = 60$

$$-5\sqrt{x} = -120$$

$$\sqrt{x} = 24$$

$$x = 576$$

d $15\sqrt{x} - 21 = 204$

$$15\sqrt{x} = 225$$

$$\sqrt{x} = 15$$

$$x = 225$$

14 a $(3\sqrt{7})^2 - 7(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 7 - 7 \cdot 6 = 63 - 42 = 21$

b $10\sqrt{2} - 11\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

c $\frac{6\sqrt{80}}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{40} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} = 6\sqrt{10}$

d $\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{5} = 4\sqrt{15} - 6\sqrt{15} = -2\sqrt{15}$

e $3\sqrt{\frac{71}{9}} - (2\sqrt{2})^2 = 3 \cdot \sqrt{\frac{64}{9}} - 4 \cdot 2 = 3 \cdot \frac{\sqrt{64}}{3} - 8 = 3 \cdot \frac{8}{3} - 8 = 8 - 8 = 0$

f $7\sqrt{20} - 3\sqrt{45} = 7 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 14\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

15 a $(2\sqrt{6} + 5\sqrt{3})^2 = 24 + 20\sqrt{18} + 75 = 99 + 20 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 99 + 20 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 99 + 60\sqrt{2}$

b $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$

c $\sqrt{2\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$

d $\sqrt{\frac{1}{6}} + \frac{5}{6}\sqrt{24} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} + \frac{5}{6} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{6}\sqrt{6} + \frac{10}{6}\sqrt{6} = \frac{11}{6}\sqrt{6} = 1\frac{5}{6}\sqrt{6}$

Herhaling

bladzijde 216

1 a $(x + 1)(2x - 3) - x(2x - 1) = 2x^2 - 3x + 2x - 3 - 2x^2 + x = -3$

b $(4 - 3a)^2 + 4a(6 - 2a) = 16 - 24a + 9a^2 + 24a - 8a^2 = 16 + a^2$

c $(4p)^2 - (2p - 7)(2p + 7) = 16p^2 - (4p^2 - 49) = 16p^2 - 4p^2 + 49 = 12p^2 + 49$

d $(3x + y)^2 - (3x - y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2 - (9x^2 - 6xy + y^2) = 9x^2 + 6xy + y^2 - 9x^2 + 6xy - y^2 = 12xy$

2 a $2(x - 1)(2x + 3) - 4(x - 1)^2 = 2(2x^2 + 3x - 2x - 3) - 4(x^2 - 2x + 1) = 4x^2 + 6x - 4x - 6 - 4x^2 + 8x - 4 = 10x - 10$

b $3(2p + 1)^2 - 6(2p + 3)(1 - p) = 3(4p^2 + 4p + 1) - 6(2p - 2p^2 + 3 - 3p) = 12p^2 + 12p + 3 - 12p + 12p^2 - 18 + 18p = 24p^2 + 18p - 15$

c $3(2x+5)^2 = 3(4x^2+20x+25) = 12x^2+60x+75$
 d $-2(3a+1)(3a-1) = -2(9a^2-1) = -18a^2+2$

3 a $(x+2)(x+y-3) = x^2+xy-3x+2x+2y-6 = x^2+xy-x+2y-6$
 b $(7a+b)(a-4b+1) = 7a^2-28ab+7a+ab-4b^2+b = 7a^2-27ab+7a-4b^2+b$
 c $(a+5b-1)(3a-b+6) = 3a^2-ab+6a+15ab-5b^2+30b-3a+b-6 = 3a^2+14ab+3a-5b^2+31b-6$
 d $(3p-1)^3 = (3p-1)(3p-1)^2 = (3p-1)(9p^2-6p+1) = 27p^3-18p^2+3p-9p^2+6p-1 = 27p^3-27p^2+9p-1$

4 a $2x^2+5x-12=0$, dus $a=2$, $b=5$ en $c=-12$.

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot -12 = 25 + 96 = 121$$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{121}}{4} \vee x = \frac{-5 + \sqrt{121}}{4}$$

$$x = \frac{-5 - 11}{4} = -4 \vee x = \frac{-5 + 11}{4} = 1\frac{1}{2}$$

b $2x^2+5x=42$ geeft $2x^2+5x-42=0$,
 dus $a=2$, $b=5$ en $c=-42$.

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot -42 = 25 + 336 = 361$$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{361}}{4} \vee x = \frac{-5 + \sqrt{361}}{4}$$

$$x = \frac{-5 - 19}{4} = -6 \vee x = \frac{-5 + 19}{4} = 3\frac{1}{2}$$

c $7x = 12x^2 + 1$ geeft $-12x^2 + 7x - 1 = 0$,
 dus $a=-12$, $b=7$ en $c=-1$.

$$D = 7^2 - 4 \cdot -12 \cdot -1 = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{1}}{-24} \vee x = \frac{-7 + \sqrt{1}}{-24}$$

$$x = \frac{-7 - 1}{-24} = \frac{1}{3} \vee x = \frac{-7 + 1}{-24} = \frac{1}{4}$$

d $10x^2+99x=10$ geeft $10x^2+99x-10=0$,
 dus $a=10$, $b=99$ en $c=-10$.

$$D = 99^2 - 4 \cdot 10 \cdot -10 = 9801 + 400 = 10201$$

$$x = \frac{-99 - \sqrt{10201}}{20} \vee x = \frac{-99 + \sqrt{10201}}{20}$$

$$x = \frac{-99 - 101}{20} = -10 \vee x = \frac{-99 + 101}{20} = \frac{1}{10}$$

5 a $2x^2+7x+6=0$, dus $a=2$, $b=7$ en $c=6$.

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{1}}{4} \vee x = \frac{-7 + \sqrt{1}}{4}$$

$$x = \frac{-7 - 1}{4} = -2 \vee x = \frac{-7 + 1}{4} = -1\frac{1}{2}$$

b $2x^2+7x=6$ geeft $2x^2+7x-6=0$,
 dus $a=2$, $b=7$ en $c=-6$.

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot -6 = 49 + 48 = 97$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{97}}{4} \approx -4,21 \vee x = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4} \approx 0,71$$

c $2x^2+7x+7=0$, dus $a=2$, $b=7$ en $c=7$.

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 49 - 56 = -7$$

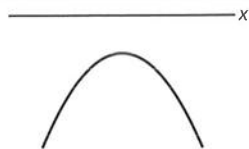
$\sqrt{D} = \sqrt{-7}$ bestaat niet, dus er zijn geen oplossingen.

d $2x^2+7x=7$ geeft $2x^2+7x-7=0$,
 dus $a=2$, $b=7$ en $c=-7$.

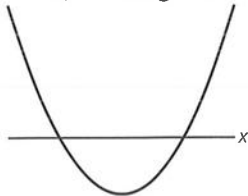
$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot -7 = 49 + 56 = 105$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{105}}{4} \approx -4,31 \vee x = \frac{-7 + \sqrt{105}}{4} \approx 0,81$$

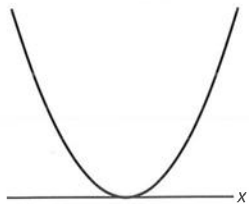
- 6 a** $y = -4x^2 + 20x - 28$, dus
 $a = -4$, $b = 20$ en $c = -28$.
 $D = 20^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-28) = -48$
 $D < 0$, dus geen snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



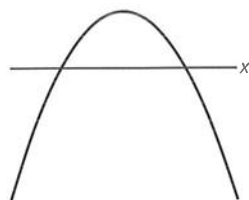
- b** $y = 4x^2 - 20x + 1$, dus
 $a = 4$, $b = -20$ en $c = 1$.
 $D = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 400 - 16 = 384$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- c** $y = 4x^2 - 20x + 25$, dus
 $a = 4$, $b = -20$ en $c = 25$.
 $D = 20^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 400 - 400 = 0$
 $D = 0$, dus één snijpunt met de x -as.
 $a > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.



- d** $y = -4x^2 + 20x - 24$, dus
 $a = -4$, $b = 20$ en $c = -24$.
 $D = 20^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-24) = 16$
 $D > 0$, dus twee snijpunten met de x -as.
 $a < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.



- 7 a** $f(x) = 4x^2 + x + p$, dus $a = 4$, $b = 1$ en $c = p$.
 $D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot p = 1 - 16p$

- b** $1 - 16p = 0$
 $-16p = -1$
 $p = \frac{-1}{-16} = \frac{1}{16}$
 Dus voor $p = \frac{1}{16}$ raakt de grafiek van f de x -as.

- c** $39 + p = 50$
 $p = 11$
 Dus voor $p = 11$ ligt $A(3, 50)$ op de grafiek van f .

- d** $f(-4) = 8$ geeft $4 \cdot (-4)^2 + (-4) + p = 8$
 $4 \cdot 16 - 4 + p = 8$
 $64 - 4 + p = 8$
 $p = -52$

Dus voor $p = -52$ ligt $B(-4, 8)$ op de grafiek van f .

$$\begin{aligned}
 \text{e } f(p) = 6 \text{ geeft } & 4 \cdot p^2 + p + p = 6 \\
 & 4p^2 + 2p - 6 = 0 \\
 & 2p^2 + p - 3 = 0 \\
 & a = 2, b = 1 \text{ en } c = -3 \\
 & D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot -3 = 1 + 24 = 25 \\
 & p = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} \vee p = \frac{-1 + \sqrt{25}}{4} \\
 & p = \frac{-1 - 5}{4} = -1\frac{1}{2} \vee p = \frac{-1 + 5}{4} = 1
 \end{aligned}$$

Dus voor $p = -1\frac{1}{2}$ en $p = 1$ ligt $C(p, 6)$ op de grafiek van f .

8

a $\frac{1}{4}x^2 = 5$
 $x^2 = 20$
 $x = \sqrt{20} \approx 4,47 \vee x = -\sqrt{20} \approx -4,47$

b $\frac{1}{4}x^2 + x = 3$
 $\frac{1}{4}x^2 + x - 3 = 0$
 $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x+6)(x-2) = 0$
 $x+6 = 0 \vee x-2 = 0$
 $x = -6 \vee x = 2$

c $(x+2)^2 = 9$
 $x+2 = 3 \vee x+2 = -3$
 $x = 1 \vee x = -5$

d $(x+2)(x+3) = 9$
 $x^2 + 3x + 2x + 6 = 9$
 $x^2 + 5x - 3 = 0$
 $a = 1, b = 5 \text{ en } c = -3$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 25 + 12 = 37$
 $x = \frac{-5 - \sqrt{37}}{2} \approx -5,54 \vee x = \frac{-5 + \sqrt{37}}{2} \approx 0,54$

e $\frac{1}{4}x^2 + x = 1$
 $\frac{1}{4}x^2 + x - 1 = 0$
 $x^2 + 4x - 4 = 0$
 $(x+2)^2 - 4 - 4 = 0$
 $(x+2)^2 = 8$
 $x+2 = \sqrt{8} \vee x+2 = -\sqrt{8}$
 $x = \sqrt{8} - 2 \approx 0,83 \vee x = -\sqrt{8} - 2 \approx -4,83$

f $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)(x+2) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x+2 = 0$
 $x = -2$

g $x(x+2) = 0$
 $x = 0 \vee x+2 = 0$
 $x = 0 \vee x = -2$

h $x(x+2) = 9$
 $x^2 + 2x = 9$
 $x^2 + 2x - 9 = 0$
 $(x+1)^2 - 1 - 9 = 0$
 $(x+1)^2 = 10$
 $x+1 = \sqrt{10} \vee x+1 = -\sqrt{10}$
 $x = \sqrt{10} - 1 \approx 2,16 \vee x = -\sqrt{10} - 1 \approx -4,16$

9

a opp III = $36x$
 opp IV = $3x^2$
 opp V = $24x$

b opp terras = opp I + opp II + opp III + opp IV + opp V
 $= 24x + 3x^2 + 36x + 3x^2 + 24x$
 $= 6x^2 + 84x$

c Je kunt nu de vergelijking $6x^2 + 84x = 432$ opstellen.
 $6x^2 + 84x = 432$
 $6x^2 + 84x - 432 = 0$
 $x^2 + 14x - 72 = 0$
 $(x-4)(x+18) = 0$
 $x-4 = 0 \vee x+18 = 0$
 $x = 4 \vee x = -18$

d Het terras aan de kant van de korte zijde van het zwembad is $3 \cdot 4 = 12$ meter breed.

bladzijde 218

10

a $4x^2 - 4x + 1 - 3(x^2 + 2x - x - 2) = x$
 $4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 - 6x + 3x + 6 = x$
 $x^2 - 8x + 7 = 0$
 $(x-1)(x-7) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-7 = 0$
 $x = 1 \vee x = 7$

b $(5x - 3)^2 - (2x + 5)^2 = 40 - 15x$
 $25x^2 - 30x + 9 - (4x^2 + 20x + 25) = 40 - 15x$
 $25x^2 - 30x + 9 - 4x^2 - 20x - 25 = 40 - 15x$
 $21x^2 - 35x - 56 = 0$
 $3x^2 - 5x - 8 = 0$
 $a = 3, b = -5$ en $c = -8$
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 25 + 96 = 121$
 $x = \frac{5 - \sqrt{121}}{6} \vee x = \frac{5 + \sqrt{121}}{6}$
 $x = \frac{5 - 11}{6} = -1 \vee x = \frac{5 + 11}{6} = 2\frac{2}{3}$

c $5x - 3(x - 1)(5 - 2x) = 3x + 2$
 $5x - 3(5x - 2x^2 - 5 + 2x) = 3x + 2$
 $5x - 15x + 6x^2 + 15 - 6x = 3x + 2$
 $6x^2 - 19x + 13 = 0$
 $a = 6, b = -19$ en $c = 13$
 $D = (-19)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 13 = 49$
 $x = \frac{19 - \sqrt{49}}{12} \vee x = \frac{19 + \sqrt{49}}{12}$
 $x = \frac{19 - 7}{12} = 1 \vee x = \frac{19 + 7}{12} = 2\frac{1}{6}$

11 a Hij doet er $\frac{24}{12} = 2$ uur over.

b Het ritje duurt $\frac{24}{48} = \frac{1}{2}$ uur.

c $t = \frac{24}{v}$

d Als v heel klein wordt, wordt t heel groot.

Als de snelheid van Bas heel laag is, zal hij er heel lang over doen.

12 a $\frac{7}{x - 3} = \frac{4}{x - 6}$
 $7(x - 6) = 4(x - 3)$
 $7x - 42 = 4x - 12$
 $3x = 30$
 $x = 10$

b $5 + \frac{3}{2x - 6} = 5\frac{1}{2}$
 $\frac{3}{2x - 6} = \frac{1}{2}$
 $2x - 6 = 6$
 $2x = 12$
 $x = 6$

c $\frac{5 - 3x}{2x + 1} = \frac{1}{8}$
 $2x + 1 = 8(5 - 3x)$
 $2x + 1 = 40 - 24x$
 $26x = 39$
 $x = \frac{39}{26} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

d $72 - \frac{10x}{5 - 0,2x} = -3$
 $-\frac{10x}{5 - 0,2x} = -75$
 $\frac{10x}{5 - 0,2x} = \frac{75}{1}$
 $10x = 75(5 - 0,2x)$
 $10x = 375 - 15x$
 $25x = 375$
 $x = 15$

13 a $t = 15$ geeft $N = 12000 - \frac{5000}{1 + 0,2 \cdot 15} = 10750$

b $12000 - \frac{5000}{1 + 0,2t} = 11500$

$-\frac{5000}{1 + 0,2t} = -500$

$\frac{5000}{1 + 0,2t} = \frac{500}{1}$

$500(1 + 0,2t) = 5000$

$500 + 100t = 5000$

$100t = 4500$

$t = 45$

Dus na 45 dagen.

$$\text{c } 12000 - \frac{5000}{1 + 0,2t} = 11750$$

$$\frac{5000}{1 + 0,2t} = -250$$

$$\frac{5000}{1 + 0,2t} = \frac{250}{1}$$

$$250(1 + 0,2t) = 5000$$

$$250 + 50t = 5000$$

$$50t = 4750$$

$$t = 95$$

Dus na 95 dagen.

$$14 \text{ a } \sqrt{x} = 25$$

$$x = 625$$

$$\text{b } \sqrt{3x+1} = 7$$

$$3x+1 = 49$$

$$3x = 48$$

$$x = 16$$

$$\text{c } 2 + \sqrt{x} = 16$$

$$\sqrt{x} = 14$$

$$x = 196$$

$$\text{d } 16 + \sqrt{x} = 2$$

$$\sqrt{x} = -14$$

geen oplossingen

$$\text{e } 15 + \sqrt{2x+3} = 18$$

$$\sqrt{2x+3} = 3$$

$$2x+3 = 9$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$\text{f } 3 + 2\sqrt{0,1x-8} = 9$$

$$2\sqrt{0,1x-8} = 6$$

$$\sqrt{0,1x-8} = 3$$

$$0,1x-8 = 9$$

$$0,1x = 17$$

$$x = 170$$

bladzijde 219

$$15 \text{ a } (2\sqrt{5})^2 - 3(\sqrt{7})^2 = 4 \cdot 5 - 3 \cdot 7 = 20 - 21 = -1$$

$$\text{b } \frac{20\sqrt{90}}{5\sqrt{10}} = 4\sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{c } \sqrt{24} - 3\sqrt{6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = -\sqrt{6}$$

$$\text{d } 4\sqrt{27} - 8\sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{e } 3\sqrt{12} \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{36} = 6 \cdot 6 = 36$$

$$\text{f } (-3\sqrt{2})^2 - \sqrt{32} \cdot 2\sqrt{2} = 9 \cdot 2 - 2\sqrt{64} = 18 - 2 \cdot 8 = 18 - 16 = 2$$

$$\text{g } \sqrt{1\frac{7}{9}} - \sqrt{20\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{16}{9}} - \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} - \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}} = \frac{4}{3} - \frac{9}{2} = \frac{8}{6} - \frac{27}{6} = -\frac{19}{6} = -3\frac{1}{6}$$

$$\text{h } 5\sqrt{8} + 2\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

$$\text{i } 3\sqrt{125} - 2\sqrt{45} = 3 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 15\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$\text{j } 2\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{12} = 6 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{k } 4\sqrt{27} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 4 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{18} = 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 12\sqrt{3} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$$

$$\text{l } (3\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{121} = 9 \cdot 5 - 2 \cdot 11 = 45 - 22 = 23$$

- 16** a $(\sqrt{7} + 5)^2 = 7 + 10\sqrt{7} + 25 = 32 + 10\sqrt{7}$
 b $(3\sqrt{2} - 8)^2 = 18 - 48\sqrt{2} + 64 = 82 - 48\sqrt{2}$
 c $(5\sqrt{3} - 7)^2 = 75 - 70\sqrt{3} + 49 = 124 - 70\sqrt{3}$
 d $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2 = 12 + 12\sqrt{6} + 18 = 30 + 12\sqrt{6}$
 e $2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2 \cdot 3 - 2\sqrt{6} = 6 - 2\sqrt{6}$
 f $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2$

17 a $\frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$

b $\frac{24}{6\sqrt{3}} = \frac{24 \cdot \sqrt{3}}{6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} =$

$\frac{4}{3}\sqrt{3} = 1\frac{1}{3}\sqrt{3}$

c $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

d $\sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$

e $\frac{7}{\sqrt{7}} + \sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{7}}{7}$
 $= \sqrt{7} + \frac{1}{7}\sqrt{7} = 1\frac{1}{7}\sqrt{7}$

f $\sqrt{11\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{2} =$

$\frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} = 1\frac{1}{2}\sqrt{5}$

g $\sqrt{3\frac{1}{5}} + \frac{1}{10}\sqrt{20} = \sqrt{\frac{16}{5}} + \frac{1}{10} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} =$

$\frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} + \frac{1}{10} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{5}\sqrt{5} = \frac{4}{5}\sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt{5} = \sqrt{5}$

h $\frac{2}{\sqrt{8}} - \sqrt{4\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{8} - \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} =$

$\frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{8} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{8} - \frac{3}{2}\sqrt{2} =$

$\frac{1}{2}\sqrt{2} - 1\frac{1}{2}\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

Extra

bladzijde 220

- 1** a $y = 10 + 10 = 20$
 $z = 15 + 6 = 21$
 b rij 8 1 8 28 56 70 56 28 8 1
 rij 9 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
 c *
 d Er zijn 4 kortste routes van T naar B.
 Er zijn 15 kortste routes van T naar C.

- 2** a som rij 1 is $2 = 2^1$
 som rij 2 is $4 = 2^2$
 som rij 3 is $8 = 2^3$
 som rij 4 is $16 = 2^4$
 som rij 5 is $32 = 2^5$
 som rij 6 is $64 = 2^6$
 b Er geldt steeds som = $2^{\text{nummer rij}}$.
 c som rij 20 is $2^{20} = 1\,048\,576$

- 3** a $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 =$
 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $(a + b)^4 = (a + b)(a + b)^3 = (a + b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) =$
 $a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + ab^3 + a^3b + 3a^2b^2 + 3ab^3 + b^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

b De getallen die voor de machten staan zijn de getallen in de n -de rij van de driehoek van Pascal.

c $(a + b)^5 = 1 \cdot a^5 + 5 \cdot a^4b + 10 \cdot a^3b^2 + 10 \cdot a^2b^3 + 5 \cdot ab^4 + 1 \cdot b^5 =$
 $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

d $(1 + 1)^6 = 1 \cdot 1^6 + 6 \cdot 1^5 \cdot 1^1 + 15 \cdot 1^4 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1^3 \cdot 1^3 + 15 \cdot 1^2 \cdot 1^4 + 6 \cdot 1^1 \cdot 1^5 + 1 \cdot 1^6 =$
 $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$
 $(1 + 1)^6 = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$ } $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 2^6$
 $(1 + 1)^6 = 2^6$

Hier staat dat de som van getallen in rij 6 van de driehoek van Pascal gelijk is aan 2^6 en dat is precies de bij opgave 2 gevonden regelmaat.

4 a C moet nog 2 keer winnen en D moet nog 1 keer winnen om de pot te krijgen, dus gebruik van de driehoek van Pascal de rij met $2 + 1 = 3$ getallen. Dat is de rij 1 2 1.

Speler C moet nog 2 keer winnen, dus neem $1 + 2 = 3$.

De totale som is $1 + 2 + 1 = 4$.

Speler D krijgt $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ euro en speler C krijgt $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$ euro.

b E moet nog 2 keer winnen en F moet nog 4 keer winnen om de pot te krijgen, dus gebruik van de driehoek van Pascal de rij met $2 + 4 = 6$ getallen. Dat is de rij 1 5 10 10 5 1.

Speler E moet nog 2 keer winnen, dus neem $1 + 5 = 6$.

De totale som is $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32$.

Speler F krijgt $\frac{6}{32} \cdot 300 = 56,25$ euro en speler E krijgt $\frac{26}{32} \cdot 300 = 243,75$ euro.

Algemene vaardigheden

1 $8 - 5 = 3$ liter over in de kan van 8 liter.
 $5 - 3 = 2$ liter over in de kan van 5 liter.
 En 3 liter in de kan van 3 liter.

Twee gelijke hoeveelheden van 4 liter krijg je als volgt.

8 liter	8	3	3	6	6	1	1	4
5 liter	0	5	2	2	0	5	4	4
3 liter	0	0	3	0	2	2	3	0

2 Je kunt als volgt 10 liter in één van de vaten krijgen.

19 liter	0	7	7	14	14	1	1	8	8	15	15	2	2	9	9	16	16	3	3
13 liter	13	13	6	6	0	13	12	12	5	5	0	13	11	11	4	4	0	13	10
7 liter	7	0	7	0	6	6	7	0	7	0	5	5	7	0	7	0	4	4	7

3 **Rij I**

Er komt steeds 7 bij.

Er komt dus $\frac{351 - 8}{7} = 49$ keer 7 bij.

Dus rij I bestaat uit 50 getallen.

Rij II

Er komt steeds 11 bij.

Er komt dus $\frac{471 - 53}{11} = 38$ keer 11 bij.

Dus rij II bestaat uit 39 getallen.

- 4** a $2^{3000} = (2^3)^{1000} = 8^{1000}$
 $3^{2000} = (3^2)^{1000} = 9^{1000}$
 $9^{1000} > 8^{1000}$, dus $3^{2000} > 2^{3000}$.
b $2^{400} = (2^4)^{100} = 16^{100}$
 $16^{100} > 15^{100}$, dus $2^{400} > 15^{100}$.
c $3^{300} = (3^3)^{100} = 27^{100}$
 $5^{200} = (5^2)^{100} = 25^{100}$
 $27^{100} > 25^{100}$, dus $3^{300} > 5^{200}$.
d $16^{200} = (2^4)^{200} = 2^{800}$
 $2^{1000} > 2^{800}$, dus $2^{1000} > 16^{200}$.

- 5** a Acht breuken verdelen de getallenlijn tussen 0 en $\frac{1}{5}$ in negen gelijke stukken.

$$\frac{1}{5} - 0 = \frac{1}{5} \text{ en } \frac{1}{5} : 9 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

De acht breuken zijn $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45} = \frac{1}{15}, \frac{4}{45}, \frac{5}{45} = \frac{1}{9}, \frac{6}{45} = \frac{2}{15}, \frac{7}{45}$ en $\frac{8}{45}$.

- b Vijftien breuken verdelen de getallenlijn tussen 8 en $8\frac{1}{4}$ in zestien gelijke stukken.

$$8\frac{1}{4} - 8 = \frac{1}{4} \text{ en } \frac{1}{4} : 16 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$$

De vijftien breuken zijn $8\frac{1}{64}, 8\frac{2}{64} = 8\frac{1}{32}, 8\frac{3}{64}, 8\frac{4}{64} = 8\frac{1}{16}, 8\frac{5}{64}, 8\frac{6}{64} = 8\frac{3}{32}, 8\frac{7}{64}, 8\frac{8}{64} = 8\frac{1}{8}, 8\frac{9}{64}, 8\frac{10}{64} = 8\frac{5}{32}, 8\frac{11}{64}, 8\frac{12}{64} = 8\frac{3}{16}, 8\frac{13}{64}, 8\frac{14}{64} = 8\frac{7}{32}$ en $8\frac{15}{64}$.

- 6** a figuur 1 bestaat uit 3 lucifers

figuur 2 bestaat uit 5 lucifers

figuur 3 bestaat uit 7 lucifers

figuur 4 bestaat uit 9 lucifers

Er komen steeds 2 lucifers bij.

Er is sprake van een lineair verband.

Stel $A = an + b$ met A het aantal lucifers en n het figuurnummer.

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \text{ geeft } A = 2n + b \\ n = 1 \text{ en } A = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 1 + b = 3 \\ 2 + b = 3 \\ b = 1 \end{array}$$

Dus voor de n -de figuur zijn $2n + 1$ lucifers nodig.

b *

- 7** Nummer de schijven olopend naar diameter. Dus schijf 1 heeft de kleinste diameter, schijf 2 heeft de één-na-kleinste diameter, enzovoort.

$$n = 2 \quad \text{maximaal 1 zet} \quad \left. \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

$$n = 3 \quad \text{maximaal 3 zetten} \quad \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

$$n = 4 \quad \text{maximaal 5 zetten} \quad \begin{array}{cccccc} 2 & 2 & 3 & 1 & 1 & 2 \\ 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{array}$$

$n = 5$ maximaal 7 zetten eerste zet: 5 bovenop
tweede zet: 5 onderop
en dan nog maximaal vijf zetten om de overige vier schijven in de goede volgorde te krijgen

Er komen steeds 2 zetten bij.

Er is sprake van een lineair verband.

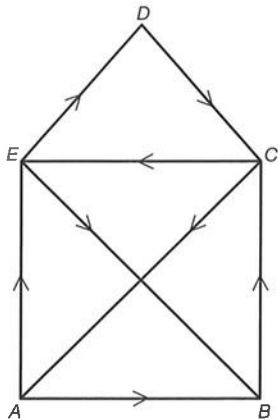
Stel $A = an + b$ met A het aantal zetten en n het aantal schijven.

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \text{ geeft } A = 2n + b \\ n = 2 \text{ en } A = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 2 + b = 1 \\ 4 + b = 1 \\ b = -3 \end{array}$$

Dus $A = 2n - 3$.

Bij 10 schijven heb je maximaal $2 \cdot 10 - 3 = 20 - 3 = 17$ zetten nodig.
 Bij 20 schijven heb je maximaal $2 \cdot 20 - 3 = 40 - 3 = 37$ zetten nodig.
 Bij n schijven heb je maximaal $2n - 3$ zetten nodig.

- 8** Zie de figuur hieronder. Het tekenen gaat bijvoorbeeld als volgt:
A-B-C-A-E-D-C-E-B.



- 9** Je moet beginnen en dan lucifers pakken zo, dat er na jouw beurt een veelvoud van vier overblijft.
 Je krijgt na jouw pakken de aantallen 28-24-20-16-12-8-4-0.

Bij 32 moet de tegenstander beginnen. Vervolgens moet jij lucifers pakken zo, dat er na jouw beurt een veelvoud van vier overblijft. Je krijgt na jouw beurt de aantallen 28-24-20-16-12-8-4-0.

Bij 33 lucifers moet je beginnen en lucifers pakken zo, dat er na jouw beurt een veelvoud van vier overblijft.
 Je krijgt na jouw beurt de aantallen 32-28-24-20-16-12-8-4-0.

1 Lineaire problemen

1 a $5x - (x - 4) = 3x$
 $5x - x + 4 = 3x$
 $5x - x - 3x = -4$
 $x = -4$

b $\frac{1}{2}x + 3 = x - 8$
 $\frac{1}{2}x - x = -8 - 3$
 $-\frac{1}{2}x = -11$
 $-2 \cdot -\frac{1}{2}x = -2 \cdot -11$
 $x = 22$

c $3(4x - 1) - 5(x - 1) = 9$
 $12x - 3 - 5x + 5 = 9$
 $12x - 5x = 9 + 3 - 5$
 $7x = 7$
 $x = 1$

d $\frac{2}{5}x - 7\frac{1}{4} = 2x + \frac{3}{4}$
 $20 \cdot \frac{2}{5}x - 20 \cdot 7\frac{1}{4} - 20 \cdot 2x + 20 \cdot \frac{3}{4}$
 $8x - 145 = 40x + 15$
 $8x - 40x = 15 + 145$
 $-32x = 160$
 $x = -5$

e $-\frac{1}{3}x + 7 = x$
 $3 \cdot -\frac{1}{3}x + 3 \cdot 7 = 3 \cdot x$
 $-x + 21 = 3x$
 $-x - 3x = -21$
 $-4x = -21$
 $x = \frac{-21}{-4} = 5\frac{1}{4}$

f $\frac{1}{4}(3x - 2) - \frac{1}{4} = 3(\frac{1}{6} - x) - 5$
 $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - 3x - 5$
 $4 \cdot \frac{3}{4}x - 4 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot 3x - 4 \cdot 5$
 $3x - 2 - 1 = 2 - 12x - 20$
 $3x + 12x = 2 - 20 + 2 + 1$
 $15x = -15$
 $x = -1$

2 a $\frac{x-4}{2} - \frac{5-2x}{3} + \frac{x}{6} = 1\frac{2}{3}$
 $6 \cdot \frac{x-4}{2} - 6 \cdot \frac{5-2x}{3} + 6 \cdot \frac{x}{6} = 6 \cdot 1\frac{2}{3}$
 $3(x-4) - 2(5-2x) + x = 10$
 $3x - 12 - 10 + 4x + x = 10$
 $3x + 4x + x = 10 + 12 + 10$
 $8x = 32$
 $x = 4$

b $\frac{1}{3}(\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}) - 3(\frac{1}{18}x - \frac{2}{15}) = \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{6}x - \frac{1}{15} - \frac{1}{6}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{6}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} - \frac{2}{5}$
 $\frac{1}{6}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{15} + \frac{1}{15} - \frac{6}{15}$
 $0x = 0$

elke x is oplossing

c $\frac{x}{3} - \frac{3-x}{6} - \frac{x+2}{8} = \frac{3x-1}{6}$
 $24 \cdot \frac{x}{3} - 24 \cdot \frac{3-x}{6} - 24 \cdot \frac{x+2}{8} = 24 \cdot \frac{3x-1}{6}$
 $8x - 4(3-x) - 3(x+2) = 4(3x-1)$
 $8x - 12 + 4x - 3x - 6 = 12x - 4$
 $8x + 4x - 3x - 12x = -4 + 12 + 6$
 $-3x = 14$
 $x = \frac{14}{-3} = -4\frac{2}{3}$

d $5(8x - 3) - 10(5 + 4x) = 12$
 $40x - 15 - 50 - 40x = 12$
 $40x - 40x = 12 + 15 + 50$
 $0x = 77$
geen oplossing